

Realizaciones positivas de determinados sistemas singulares*

RAFAEL CANTÓ, BEATRIZ RICARTE, ANA M. URBANO
Instituto de Matemática Multidisciplinar, Univ. Politécnica de Valencia
rcanto@mat.upv.es, bearibe@mat.upv.es, amurbano@mat.upv.es

Resumen

Los *sistemas generalizados* lineales de control [7] se pueden representar mediante un modelo espacio-estado, que relaciona las tres variables del sistema: entradas, estados y salidas. Así, en tiempo discreto, un sistema invariante con n estados, s entradas y r salidas viene dado por:

$$\begin{cases} Ex(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) + Du(k) \end{cases}$$

donde E , A , B , C y D son matrices reales de tamaños $n \times n$, $n \times n$, $n \times s$, $r \times n$ y $r \times s$, respectivamente. Si $E = I$, el sistema se llama *estándar*, si E es no invertible el sistema se llama *singular*.

Otra manera de representar estos sistemas es a partir de la relación existente entre las entradas y las salidas. El inconveniente de este modelo es que sólo describe la dinámica del sistema y no su estructura interna, que viene dada por un modelo espacio-estado. No obstante, es posible averiguar una representación espacio-estado de un sistema a partir de su modelo entrada-salida. A la determinación de una descripción interna del sistema a partir de un modelo entrada-salida se le denomina *realización*.

En el modelo entrada-salida, la relación existente entre las entradas y las salidas viene dada por una matriz racional, llamada matriz de transferencia, que relaciona la transformada Z de las entradas y las salidas del sistema. Dada una matriz de transferencia $G(z) \in \mathbb{R}^{r \times s}(z)$, se llama *realización* de $G(z)$ al conjunto de matrices (E, A, B, C, D) que satisface

$$G(z) = C(pE - A)^{-1}B + D$$

Se llama *dimensión* de la realización al tamaño de la matriz A . La realización será *minimal* si es la de mínima dimensión.

Dada una matriz de transferencia $G(z)$, encontrar cualquier realización es trivial. El problema viene cuando imponemos ciertas restricciones como que la realización represente a un sistema positivo ya que, en este caso, la realización minimal puede ser de dimensión mayor que el orden de la matriz de transferencia [1].

Basándonos en resultados previos obtenidos para sistemas estándares [2]-[6] y [8], en este trabajo consideramos sistemas singulares y pretendemos obtener realizaciones positivas de ciertas matrices de transferencia con polos reales múltiples. Además, para determinados casos, establecemos condiciones para que la dimensión de la realización positiva (E, A, B, C, D) y el orden de la matriz de transferencia $G(z)$ coincidan.

Sección en el CEDYA 2007: CO, Control y Optimización

Referencias

- [1] L. Benvenuti and L. Farina. *A Tutorial on the Positive Realization Problem*. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 49, no. 5, (2004), 651-664.
- [2] L. Benvenuti, L. Farina, B.D.O. Anderson and F. De Bruyne, "Minimal Positive Realizations of Transfer Functions with Positive Real Poles", *IEEE Trans. Circuits Syst. I, Fundam. Theory Appl.*, vol. 47, no. 9, pp. 1370-1377, Sep. 2000.
- [3] R. Canto, B. Ricarte and A. M. Urbano, "On Positive Realizations of Irreducible Transfer Matrices", *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, Springer-Verlag, vol. 341, pp. 41-48, 2006.
- [4] R. Cantó, B. Ricarte y V. Rumchev, "A Basic Canonical Form Of Discrete-Time Compartmental Systems", *International Journal of Contemporary Mathematical Sciences*, vol. 2(6), pp. 261-273, 2007.
- [5] C. Hadjicostis, "Bounds on the size of minimal nonnegative realizations for discrete-time LTI systems", *Systems and Control Letters* vol. 37, pp. 39-43, 1999.
- [6] A. Halmschlager and M. Matolcsi, "Minimal Positive Realizations for a Class of Transfer Functions", *IEEE Trans. Circuits Syst. II, Expr. Briefs*, vol. 52, no. 4, pp. 177-180, Ap. 2005.
- [7] T. Kaczorek, *Positive 1D and 2D Systems*, Springer, London, 2002.
- [8] B. Nagy and M. Matolcsi, "Minimal Positive Realizations of Transfer Functions with Nonnegative Multiple Poles", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 50, no. 9, pp. 1447-1450, Sep. 2005.

*Trabajo financiado por el proyecto DGI AGL2004-03263/AGR.