Regularización no local de la ecuación de la calor inversa para realzamiento de imagenes digitales

A. Buades, B. Coll, J.M. Morel

Dpt. de Matemàtiques i Informàtica, Univ. de les Illes Balears

toni.buades@uib.es, tomeu.coll@uib.es, morel@cmla.ens-cachan.fr

Resumen

En 1955, Kovasznay and Joseph [2] propusieron realzar los detalles de una imagen ligeramente borrosa restándole una pequeña cantidad de su Laplaciano. Dennis Gabor [3] estudió este proceso y mostró que era equivalente a aplicar la ecuación de la calor inversa.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\Delta u, \quad u(0) = u_{observada}.$$

Como esta ecuación esta extremadamente mal puesta, este método solo puede iterarse algunos pasos antes que la ecuación explote. Desde entonces se han propuesto diversas modificaciones para estabilizar la ecuación o emularla mediante otra ecuacion en derivadas parciales: el filtro de choque de Osher-Rudin, las ecuaciones clasicas de reacción difusión, la ecuación de Perona-Malik o métodos variacionales como la minimización de la variación total.

Aunque pueda parecer paradoxal, la deconvolución o realze esta fuertemente ligada a la capacidad de reducción de ruido. Esto se puede entender fácilmente en términos de frecuencias: un algoritmo de deconvolución intenta dividir en el dominio de frecuencias la imagen por la transformada del núcleo de convolución. Como las altas frecuencias del núcleo son pequeñas, estamos aumentando las altas frecuencias del ruido inherentes a la formación de la imagen. En este trabajo proponemos aplicar conjuntamente la ecuación de la calor inversa con el algoritmo de reducción de ruido NL-means [1]. Este algoritmo reemplaza el valor en cada punto por la media de los valores de los puntos con un entorno Gaussiano similar. La similitudes se calculan en la imagen observada y no para cada tiempo haciendo lineal el filtro,

$$NL_0 u(\mathbf{x}) = \frac{1}{C(\mathbf{x})} \int_{\Omega} w_0(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \ u(\mathbf{y}) \ d\mathbf{y}, \tag{1}$$

with

$$w_0(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = e^{-\frac{(G_\rho * |u_0(\mathbf{x}+.) - u_0(\mathbf{y}+.)|^2)(0)}{h^2}}.$$

La ecuación de evolución propuesta se escribe como una estabilización no local de la ecuación de la calor inversa,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\Delta u + \lambda N L_0 u, \tag{2}$$

donde λ juega un papel de balance entre el termino de filtraje y el termino de realce. Esta ecuación lineal se puede implementar por un esquema alternado siguiendo el principio de Chernoff. Un paso de la ecuación de la calor se alterna con un paso de regularización no local.

$$u_{n+1} = NL_0(u_n) - c * NL_0(\Delta u_n) = NL_0(u_n - c\Delta u_n) \tag{3}$$

Debe notarse que la ecuación propuesta y su implementación es *lineal*, contrariamente a las ecuaciones usualmente propuestas.

Sección en el CEDYA 2007: OTROS TEMAS

Referencias

[1] A. Buades, B. Coll and J.M. Morel, .A review of image denoising methods, with a new one", Multiscale Modeling and Simulation, vol 4 (2), pp 490-530, 2005.

[2] L. S. G. Kovasznay and H. M. Joseph, "Image processing", Proc. IRE, 43 (1955), p. 560.

[3] M. Lindenbaum, M. Fischer, and A. M. Bruckstein, .On gabor's contribution to image enhancement", Pattern Recognition, 27 (1994), pp. 1–8.