

Estrategias de “semicoarsening” en la aplicación del “smoother” SDI en problemas anisotrópicos tridimensionales

J.R. GALO

Dpto. de Informática y Análisis Numérico, Universidad de Córdoba
malgasaj@uco.es

Resumen

Las ecuaciones anisotrópicas tienen su génesis en aquellos problemas en los que las propiedades del medio físico dependen de la dirección espacial. Pero la anisotropía, indirectamente, también surge en la resolución de problemas isotrópicos cuando se necesita el uso de discretizaciones no regulares en la aplicación de métodos en diferencias finitas, por ejemplo en la necesaria búsqueda del equilibrio entre el coste computacional y el número de nodos a emplear para poder detectar pequeñas estructuras tales como remolinos o capas límite; es la denominada anisotropía discreta.

En trabajos previos ([3], [4]) hemos analizado la convergencia del método paralelo SDI (“Simultaneous Directions Implicit”) aplicado a la resolución de problemas elípticos isotrópicos, así como en la de problemas más complejos como las ecuaciones de Navier–Stokes [1]. En [7] también demostramos su buen comportamiento como “smoother”, lo que le permite ser una buena alternativa para su integración en un esquema “multigrid”.

La consideración de anisotropías, en los problemas citados, requirió la determinación de los parámetros óptimos de convergencia del método SDI (consultar [5]) y, a su vez, permitió detectar que, aunque este método se basa en la resolución por líneas, el factor de “smoothing” degenera a medida que aumenta la anisotropía, hecho que en general ocurre con los “pointwise smoothers” ([2], [8] y [9]). En el XIX CEDYA (ver [6]) presentamos una alternativa correctora de esta degeneración en el caso del problema de Helmholtz bidimensional.

En el trabajo que aquí presentamos, se refleja un análisis cuyo objetivo es corregir la degeneración del factor de “smoothing” del método SDI cuando es aplicado a la ecuación anisotrópica tridimensional de Helmholtz, la cual puede definirse por el operador en derivadas parciales:

$$L^{\alpha, \varepsilon_1, \varepsilon_2} := \alpha I - \varepsilon_1 \partial_{x_1}^2 - \varepsilon_2 \partial_{x_2}^2 - \partial_{x_3}^2,$$

donde $\alpha \geq 0$ y $0 < \varepsilon_1, \varepsilon_2 < 1$. Según las ratios existentes entre $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ y la unidad, se pueden considerar cuatro situaciones representativas. En cada uno de estos casos, mediante el uso de la técnica LFA (“Local Fourier Analysis” [8]) y considerando diferentes alternativas de “semicoarsening” (engrosamiento parcial), se aborda la determinación del factor de “smoothing” y su comportamiento en relación con la anisotropía, lo que permite establecer cuál es la estrategia conducente a un valor óptimo de dicho factor y consecuentemente a una adecuada velocidad de convergencia cuando este “smoother” se integra en un esquema “multigrid”.

Palabras clave: Direcciones simultáneas, Helmholtz anisotrópico, Smoother, Multigrid
Sección en el CEDYA 2007: AN (Análisis Numérico y Simulación Numérica)

Referencias

- [1] I. Albarreal; M.C. Calzada; J.L. Cruz; E. Fernández-Cara; J.R. Galo; M. Marín. *Time and space parallelization of the Navier-Stokes equations*. Comput. and Appl. Math., Vol.24, No.3 (2005), 1-22.
- [2] A. Brandt, *Multi-level adaptive solutions to boundary-value problems*, Math. Comp. **31** (138) (1977), 333–390.
- [3] J.R. Galo; I. Albarreal; M.C. Calzada; J.L. Cruz; E. Fernández-Cara; M. Marín, *Simultaneous directions method for elliptic and parabolic systems*. C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I **339** (2004), 145–150.
- [4] J.R. Galo; I. Albarreal; M.C. Calzada; J.L. Cruz; E. Fernández-Cara; M. Marín, *Stability and convergence of a parallel fractional step method for the solution of linear parabolic problems*. Applied Mathematics Research eXpress, Vol. 4 (2005), 117-142.
- [5] J.R. Galo; M.C. Calzada; J.L. Cruz; M. Marín, *Convergencia y optimización del método de direcciones simultáneas en problemas elípticos anisotrópicos*. Actas de XIX CEDYA (2005).
- [6] J.R. Galo; M.C. Calzada; J.L. Cruz; M. Marín, *Alternativa a la degeneración del factor de “smoothing” del método SDI en problemas elípticos anisotrópicos*. Actas de XIX CEDYA (2005).
- [7] J.R. Galo; I. Albarreal; M.C. Calzada; J.L. Cruz; E. Fernández-Cara; M. Marín, *The Smoothing Effect of a Simultaneous Directions Parallel Method as Applied to Poisson Problems*. Numerical Methods for Partial Differential Equations. Vol. 22 (2006), 414-434. DOI 10.1002/num.20102.
- [8] U. Trottenberg; C.W. Oosterlee; A. Schüller. “*Multigrid*”, Academic Press, New York, 2001.
- [9] I. Yavneh, *Multigrid smoothing factors of red-black Gauss-Seidel applied to a class of elliptic operators*, SIAM J. Numer. Anal. **32**, (6) (1995), 1126-1138.