

# Un esquema de volúmenes finitos de alto orden para las ecuaciones de aguas someras con topografía y áreas secas

J.M. GALLARDO, M. CASTRO, C. PARÉS

Dpto. Análisis Matemático, Universidad de Málaga

gallardo@anamat.cie.uma.es

## Resumen

Las ecuaciones de aguas someras son ampliamente utilizadas para modelizar flujos en ríos, embalses o zonas costeras, entre otras aplicaciones. En la forma considerada en este trabajo, dichas ecuaciones constituyen un sistema de leyes de conservación hiperbólicas con un término fuente debido a la topografía. Dicho sistema puede a su vez expresarse dentro del marco abstracto de los sistemas hiperbólicos no conservativos.

En los últimos años ha habido un creciente interés en el diseño de esquemas numéricos de alto orden para la resolución de las ecuaciones de aguas someras. Este tipo de esquemas aproximan las soluciones con alto orden de precisión (tanto en espacio como en tiempo) en las zonas donde son regulares, a la vez que capturan adecuadamente las posibles discontinuidades. Sin embargo, la aparición de un término fuente en las ecuaciones hace que los esquemas deban satisfacer además un balance entre el flujo y el término fuente para que las soluciones estacionarias o casi estacionarias se capturen de forma adecuada. Esta propiedad se conoce como *bien equilibrado*.

En [1] se desarrolló un esquema de volúmenes finitos de alto orden que es a la vez bien equilibrado, dentro de un marco no conservativo general. Dicho esquema utiliza reconstrucciones de estados y se apoya en el concepto de esquema de Roe generalizado (véase [4]). En particular, el esquema se aplicó para resolver las ecuaciones de aguas someras con topografía mediante reconstrucciones de tipo WENO de quinto orden.

Una dificultad que surge en la resolución numérica de flujos con superficie libre es la aparición de áreas secas, debidas a las condiciones iniciales o como resultado de la evolución del fluido. Los ejemplos son múltiples: inundaciones, roturas de presas, tsunamis, etc. Si no se realizan modificaciones adecuadas, los esquemas numéricos habituales pueden fallar ante la presencia de zonas secas; en la literatura pueden encontrarse diversos métodos que permiten solucionar este problema.

Recientemente, en [2] se ha introducido una nueva técnica para el tratamiento de zonas secas en el contexto de esquemas de Roe generalizados. La idea consiste en reemplazar, en aquellas intercel-das donde se detecta una transición seco-mojado, el problema de Riemann lineal correspondiente por un problema no lineal adecuado.

La idea principal del trabajo que presentamos consiste en combinar apropiadamente el esquema de alto orden desarrollado en [1] con la técnica para tratar áreas secas de [2]. Esta no es una tarea trivial, ya que surgen numerosas dificultades. En particular, los flujos numéricos han de modificarse según el tipo de transición seco-mojado que aparezca. Por otra parte, tanto las variables reconstruidas como el tipo de reconstrucción a utilizar han de elegirse de modo que se mantenga la propiedad de bien equilibrado y, al mismo tiempo, se preserve la positividad de la profundidad del agua. Para ello, se han considerado reconstrucciones de tipo hiperbólico ([3]) en detrimento de las de tipo polinomial, que son propensas a introducir oscilaciones espúreas.

Por último, presentamos también una extensión del esquema para flujos bidimensionales sobre mallas estructuradas, no necesariamente uniformes.

**Sección en el CEDYA 2007:** AN

## Referencias

- [1] M. Castro, J.M. Gallardo, C. Parés, *High order finite volume schemes based on reconstruction of states for solving hyperbolic systems with nonconservative products. Applications to shallow water systems*. Math. Comput. 75 (2006), 1103–1134
- [2] M. Castro, J.M. González, C. Parés, *Numerical treatment of wet/dry fronts in shallow flows with a modified Roe scheme*. Math. Mod. Meth. App. Sci. 16 (2006), 897–931.
- [3] A. Marquina, *Local piecewise hyperbolic reconstructions for nonlinear scalar conservations laws*. SIAM J. Sci. Comput. 15 (1995), 892–915.
- [4] C. Parés, M. Castro, *On the well-balanced property of Roe's method for nonconservative hyperbolic systems. Applications to shallow water flows*. ESAIM: M2AN 38 (2004), 821–852.