

Análisis numérico de un modelo de remodelación ósea

REBECA MARTÍNEZ, JOSÉ R. FERNÁNDEZ, JUAN M. VIAÑO

Dpto. de Matemática Aplicada, Universidade de Santiago de Compostela

rebeca.martinez2@rai.usc.es, jramon@usc.es, maviano@usc.es

Resumen

En este trabajo se estudia, desde el punto de vista numérico, un modelo de remodelación ósea. Este modelo se caracteriza por una ecuación variacional elíptica para el campo de desplazamientos y una ecuación diferencial ordinaria de primer orden en tiempo para describir el proceso fisiológico de remodelado óseo. La evolución de la función de remodelación ósea se obtiene de la siguiente ecuación diferencial ordinaria (véase [1]):

$$\dot{e} = a(e) + \mathcal{A}(e) : \varepsilon(\mathbf{u}),$$

donde e es la función que mide la variación de la fracción volúmica del hueso desde una configuración de referencia, \mathbf{u} y $\varepsilon(\mathbf{u})$ representan el campo de desplazamientos y el tensor de deformaciones linealizado, respectivamente, $a(e)$ es una función constitutiva y $\mathcal{A}(e)$ denota un tensor de segundo orden que incluye los coeficientes de remodelación. Bajo ciertas hipótesis sobre los datos, en [3] se establece un resultado de existencia y unicidad de solución débil. Utilizando el método de elementos finitos para aproximar la variable espacial y un esquema de Euler para discretizar las derivadas temporales, obtenemos aproximaciones discretas de este problema variacional y probamos un resultado de estimación del error que generaliza el obtenido en [2] para un caso unidimensional simplificado. Bajo condiciones de regularidad adecuadas, deducimos la convergencia lineal del algoritmo respecto de los parámetros de discretización. Finalmente, presentamos algunos resultados numéricos, en una y dos dimensiones, para mostrar la validez y eficiencia del algoritmo.

Sección en el CEDYA 2007: AN

Referencias

- [1] S.C. Cowin y D.H. Hegedus, Bone remodeling I: theory of adaptive elasticity, *J. Elasticity* 6 (3) (1976) 313–326.
- [2] I.N. Figueiredo, Approximation of bone remodeling models, *J. Math. Pures Appl.* 84 (2005) 1794–1812.
- [3] J. Monnier y L. Trabucho, Existence and uniqueness of a solution to an adaptive elasticity model, *Math. Mech. Solids* 3 (1998) 217–228.