El Problema del Centro en algunas familias polinomiales

Paz de Prada, Jaume Giné

Dpto. de Matemáticas, Univ. de Lleida

pdeprada@matematica.udl.es, gine@matematica.udl.es

Resumen

Este trabajo se enmarca en el problema del centro no degenerado en sistemas polinomiales planos. Más específicamente estudiaremos primero sistemas polinomiales de la forma:

$$\dot{x} = -y + xR(x,y), \quad \dot{y} = x + yR(x,y),$$

con $R(x,y) = \sum_{i=1}^{n} f_i(x,y)$ donde f_i son polinomios homogéneos de grado i. Estos sistemas son llamados *isócronos rígidos* y en coordenadas polares toman la forma $\dot{r} = F(r,\theta)$,y $\dot{\theta} = 1$, véase [5, 6]. El problema del centro para dichos sistemas ha sido estudiado por distintos autores. En [5], se estudió el caso en que $R(x,y)$ sea un polinomio homogéneo de grado i. En el caso no homogéneo se han estudiado los sistemas con $R(x,y) = f_1 + f_2 + f_3$ con $f_1 f_2 f_3 \neq 0$, véase [4], y con $R(x,y) = f_1 + f_2 + f_3 + f_4$ con $f_4 \neq 0$ y una única f_i no nula con $i = 1,2,3$, véase [1]. También se han estudiado los casos $R(x,y) = f_1 + f_n$ y $R(x,y) = f_2(x,y) + f_{2n}$ con n natural, véase [2, 3]. En todos estos casos, las familias de centros que aparecen son reversibles, es decir, simétricos respecto a una recta que pasa por el origen, cambiando la dirección del tiempo y son invariantes bajo la transformación: $(x,y,t) \to (x,-y,-t)$ o $(x,y,t) \to (-x,y,-t)$, módulo una rotación.

En este trabajo se estudia la existencia de centros no reversibles en los sistemas isócronos rígidos y la posible forma de sus commutadores.

La segunda familia de sistemas polinomiales que se estudia es

$$\dot{x} = -y + F(x), \quad \dot{y} = x + G(y),$$

donde $F(x)$ y $G(y)$ son polinomios sin términos constantes ni lineales. Estos sistemas reciben el nombre de sistemas de *BiLiénard*, véase [7]. El problema del centro ha sido estudiado con $F(x)$ y $G(y)$ polinomios hasta cuarto grado, véase [7, 8] y se conocen familias de centro para $F(x)$ y $G(y)$ de grado arbitrario. En este trabajo clasificamos todos los centros de los sistemas de BiLiénard hasta grado 5.

Sección en el CEDYA 2007: EDO

Referencias

[1] A. Algaba, M. Reyes, A. Bravo, *Uniformly isochronous quintic planar vector fields.* International Conference on Differential Equations, Vol. 2 (Berlin, 1999), 1415–1417, World Sci. Publ., River Edge, NJ, 2000.

[2] A. Algaba, M. Reyes, *Computing center conditions for vector fields with constant angular speed.* J. Comput. Appl. Math. 154 (2003), no. 1, 143–159.

[3] A. Algaba, M. Reyes, *Centers with degenerate infinity and their commutators.* J. Math. Anal. Appl. 278 (2003), no. 1, 109–124.

[4] J. Chavarriga, I. A. García, J. Giné, *On integrability of differential equations defined by the sum of homogeneous vector fields with degenerate infinity.* Internat. J. Bifur. Chaos Appl. Sci. Engrg. 11 (2001), no. 3, 711–722.

[5] R. Conti, *Uniformly isochronous centers of polynomial systems in R^2.* Differential equations, dynamical systems, and control science, 21–31, Lecture Notes in Pure and Appl. Math., 152, Dekker, New York, 1994.

[6] R. Conti, *Centers of planar polynomial systems. A review.* Matematiche (Catania) 53 (1998), no. 2, 207–240 (1999).

[7] A. Gasull, J. Torregrosa, *A new approach to the computation of the Lyapunov constants.* Comput. Appl. Math. 20 (2001), no. 1-2, 149–177.

[8] J. Giné, X. Santallusia, *On the Poincaré-Lyapunov constants and the Poincaré series.* Appl. Math. (Warsaw) 28 (2001), no. 1, 17–30.