Números de condición estructurados para autovalores múltiples

María José Peláez, Julio Moro
Departamento de Matemáticas, Universidad Carlos III de Madrid
mpelaezmath@qmail.com, jmoro@math.uc3m.es

Daniel Kressner
Department of Computer Science, UmeåUniversity
kressner@cs.umu.se

Resumen

El número de condición $\kappa(A, \lambda)$ de un autovalor λ de una matriz A mide la sensibilidad de λ frente a perturbaciones infinitesimales en A. Cuando la matriz A pertenece a una clase $\mathcal{S}$ de matrices estructuradas (como pueden ser las matrices simétricas, las hamiltonianas, simplécticas, Toeplitz, Hankel, etc...) tiene sentido definir el *número de condición estructurado* $\kappa(A, \lambda; \mathcal{S})$, que estima la sensibilidad de λ cuando las perturbaciones a la matriz A se restringen al conjunto $\mathcal{S}$. En aquellos casos en que $\kappa(A, \lambda; \mathcal{S})$ sea mucho menor que $\kappa(A, \lambda)$ es de esperar que un algoritmo que preserve la estructura sea más preciso a la hora de calcular los autovalores que algoritmos convencionales como QR o divide y vencerás. De ahí la importancia de poder comparar ambos números de condición para el mayor número posible de estructuras.

Aunque se han identificado números de condición estructurados para autovalores *simples*, el caso de autovalores múltiples, posiblemente defectivos, está aún prácticamente por explorar. Este caso es especialmente relevante en problemas estructurados, en los que las simetrías y restricciones de todo tipo impuestas por la estructura llevan a los autovalores con frecuencia a la coalescencia en las situaciones de mayor interés. En esta charla, tras definir un número de condición tipo Hölder, tanto estructurado como no estructurado, basado en la teoría de perturbación de Lidskii, identificamos el número de condición estructurado de autovalores múltiples para diversas estructuras, entre las que se encuentran las matrices reales, las simétricas y antisimétricas complejas, las hamiltonianas y anti-hamiltonianas, Toeplitz y Hankel. También se extienden estos resultados al marco de pares de matrices, obteniendo números de condición estructurados para autovalores múltiples, finitos o infinitos, de *haces regulares de matrices* $A - \lambda B$.

Sección en el CEDYA 2007: AN