Los elementos finitos de alto orden(hp-FEM) como método de cálculo en problemas de estabilidad fluidodinámica.

Maite Peña Alcaráz
ETS de Ingeniería, Univ. Pontificia Comillas
maitepalcaraz@hotmail.com

Leo Miguel González Gutiérrez
ETS Ingenieros Navales, Univ. Politécnica de Madrid
leo.gonzalez@upm.es

Vassilis Theofilis
ETS Ingenieros Aeronaúticos, Univ. Politécnica de Madrid
vassilis@torroja.dmt.upm.es

Resumen

En los problemas de estabilidad BiGlobal en un contexto fluidodinámico nos hemos encontrado con un cierto tipo de condicionantes que nuestro método numérico debe se capaz de satisfacer. Por un lado y como condición más indispensable, el método debe ser capaz de discretizar cualquier dominio espacial de forma que no quede sujeto a formas simples o fácilmente transformables a estas, en segundo lugar queremos que las condiciones de contorno necesarias en los típicos problemas de Mecánica de Fluidos sean fácilmente implementables y por último que el orden del método elegido en la resolución del problema sea fácilmente variable en función de la precisión exigida. En nuestro contexto la precisión necesaria se incrementa con el número de Reynolds del problema, y por tanto es muy ventajoso que no se sea el tamaño de la malla el único grado de libertad para mejorar la precisión del cálculo, ver [1] y [2]. Con todos estos condicionantes hemos construido un código basado el elementos finitos de alto orden (hp-FEM) que ha sido aplicado al cálculo de los valores propios y los modos de problemas clásicos de la Mecánica de Fluidos como son el movimiento de fluidos en un conductos.

La descripción clásica de la teoría de estabilidad BiGlobal se basa en una perturbación lineal de las ecuaciones de Navier-Stokes alrededor de un flujo base($\overline{U}, \overline{V}, \overline{W}$), el cual es una solución particular de las mismas. El cálculo de esta solución particular ($\overline{U}, \overline{V}, \overline{W}$) se ha obtenido resolviendo una ecuación de Poisson con gradiente de presión favorable y constante en todo el dominio mediante hp-FEM. Una vez se ha calculado el flujo base se ha linealizado el problema entorno a dicha solución mediante el ansatz:

$$u_i(x, y, z, t) = \overline{U}_i(x, y) + \epsilon \widehat{u}_i(x, y) e^{i\omega t} e^{i\beta z} \tag{1}$$

$$p(x, y, z, t) = \overline{P}(x, y) + \epsilon \widehat{p}(x, y) e^{i\omega t} e^{i\beta z} \tag{2}$$

Considerando $\epsilon \ll 1$, tenemos que $(\widehat{u}_i, \widehat{p})$ representan las amplitudes de la perturbación, el número comlejo ω contiene como parte imaginaria la tasa de crecimiento y como parte real la frequencia de dicha perturbación, $\beta = \frac{2\pi}{L_z}$ y L_z la longitud de onda de la perturbación. Al introducir este ansatz en las ecuaciones de Navier-Stokes linealizadas llegamos a un problema de autovalores generalizado del tipo:

$$A\psi = \omega B\psi. \tag{3}$$

En nuestro caso, hemos aplicado el método de Arnoldi para el cálculo del espectro y los modos propios. Como resultados del trabajo se muestran el cálculo del flujo base de una tubería triangular y el posterior analisis de estabilidad BiGlobal de dicho flujo base. Los resultados han sido coherentes y en buena consonancia con los obtenidos mediante otros métodos en la literatura clásica, ver [3].

Sección en el CEDYA 2007: AN

Referencias

[1] G.E.Karniadakis and S. Sherwin, *Spectral/hp Element Methods for Computational Fluid Dynamics* , Oxford Science Publications, 2005.

[2] Ch. Schwab. *p and hp-Finite Element Methods. Theory and Applications in Solid and Fluid Mechanics.* Oxford Science Publications, 2004.

[3] L.González and V.Theofilis. *Finite-element numerical methods for viscous incompressible BiGlobal linear instability analysis on unstructured meshes.* AIAA Journal, en prensa.