Análisis de un problema de frontera libre que modela el flujo de hielo polar en un entorno de la *grounding line*.

ANA ISABEL MUÑOZ
Dpto. de Matemática Aplicada, Univ. Rey Juan Carlos, Madrid
anaisabel.munoz@urjc.es

MARCO ANTONIO FONTELOS
Dpto. de Matemáticas, Univ. Autónoma de Madrid
marco.fontelos@uam.es

Resumen

En esta comunicación presentaremos el estudio de flujo del hielo en un tipo particular de manto de hielo, denominado en la bibliografía inglesa, *marine ice sheet*. Consideraremos un régimen de flujo estacionario modelado por un problema de Stokes en un dominio bidimensional acotado D. En particular, se analizará el comportamiento del flujo en un entorno de la *grounding line*, que es la zona donde tiene lugar la transición entre la parte del manto polar que desliza sobre una base sólida rocosa y la parte que flota en el mar. La *grounding line*, por tanto, constituirá una línea de contacto, ya que en esta zona confluyen diferentes condiciones de contorno. En nuestro problema asumiremos que la *grounding line* puede moverse con velocidad constante $(U, 0)$. Básicamente, el problema que resolvemos en el interior del dominio el siguiente:

$$\nabla \cdot \overrightarrow{v} = 0, \quad -\nabla p + \mu \Delta \overrightarrow{v} = \nabla \cdot T = 0, \text{ en } D = [-M, M] \times [-1 + b(x), 0], \tag{1}$$

donde $\overrightarrow{v}$ es el campo de velocidades, p es la presión (en la que se ha incluído el término debido a la gravedad), μ es la viscosidad, que asumiremos constante, es decir, consideramos al hielo un fluido newtoniano y $-1 + b(x)$ localiza la parte del manto que flota sobre el agua marina, cuya localización es a priori desconocida y que denotaremos por Γ_2. Complementamos dicho sistema con las siguientes condiciones de contorno y la prescripción de un flujo de entrada y otro de salida. En la parte del manto en contacto con la atmósfera, Γ_0, consideramos que la componente normal de la velocidad es nula y que los esfuerzos de cizalla son nulos,

$$\overrightarrow{v}\,\overrightarrow{n} = 0, \quad \overrightarrow{t}\,T\,\overrightarrow{n} = 0 \text{ en } \Gamma_0, \tag{2}$$

donde denotamos por $\overrightarrow{t}$ y $\overrightarrow{n}$, los vectores tangentes y normales unitarios a la superficie. En la base del manto de hielo que está en contacto con el lecho rocoso, Γ_1 asumiremos condiciones de no deslizamiento (no-slip), en particular,

$$\overrightarrow{v} = (v_1, v_2) = 0 \text{ en } \Gamma_1 \tag{3}$$

y en Γ_2, se considerarán esfuerzos de cizalla nulos y un balance de fuerzas,

$$\overrightarrow{t}\,T\,\overrightarrow{n} = 0 \text{ y } \overrightarrow{n}\,T\,\overrightarrow{n} = \gamma b(x) \text{ en } \Gamma_2 \text{ donde } \gamma \text{ es un parámetro,} \tag{4}$$

junto con una ecuación que describe el movimiento de la frontera libre,

$$U b_x + v_2 - b_x v_1 = 0. \tag{5}$$

Como flujo de entrada supondremos uno de tipo parabólico y de salida, uno uniforme. Probaremos la existencia y unicidad de soluciones para *grounding lines* con ángulo de contacto nulo, vía utilización del teorema de punto fijo de Banach y el teorema de Lax-Milgram, entre otros. También determinaremos la geometría y propiedades asintóticas de la frontera libre, recurriendo en este caso a una formulación en términos de funciones de corriente y utilizando, entre otras técnicas, transformadas de Mellin.

Sección en el CEDYA 2007: EDP

Referencias

[1] M.A. Fontelos, A.I. Muñoz. *A free boundary problem in glaciology: The motion of grounding lines.* Interfaces and free boundaries. To appear.

[2] M.A. Fontelos, J.J. Velázquez. *A free boundary problem for the Stokes system with contact lines.* Commun. in Partial Differential Equations, 23-7&8, (1998), 1209–1303.

[3] A.C. Fowler. *Mathematics and the environment.* Mathematical Institute lecture notes. Oxford University. http://www.maths.ox.ac.uk/ fowler/courses/mathenvo.html

[4] A. Vieli, A. J. Payne. *Assessing the ability of numerical ice sheet models to simulate grounding line migration.* Journal of Geophysical Research-Earth Surface, 110, (2005) Art. No F01003.

[5] A.V. Wilchinsky, V.A. Chugunov. *Ice stream-ice-shelf transition: theoretical analysis of two-dimensional flow.* Annals of Glaciology, 30, (2000), 153–162.