Conexiones globales en Sistemas Tridimensionales Lineales a Trozos

ELISABETH GARCÍA MEDINA, VICTORIANO CARMONA CENTENO,
FERNANDO FERNÁNDEZ-SÁNCHEZ

Dpto. de Matemática Aplicada II, Univ. de Sevilla

egarme@us.es, vcarmona@us.es, fefesan@us.es

ANTONIO E. TERUEL AGUILAR

Dpto. de Ciencias Matemáticas e Informática, Univ. Islas Baleares

antonioe.teruel@uib.es

Resumen

En el análisis del comportamiento dinámico de un sistema tridimensional de ecuaciones diferenciales resulta interesante la determinación de sus posibles conexiones homoclinas y heteroclinas ya que, como es bien sabido, organizan una estructura dinámica rica y complicada [5]. No obstante, suele ser una tarea ardua y difícil probar que un determinado sistema dinámico posee una conexión global y, por ello, se suele recurrir a técnicas numéricas para mostrar su existencia.

Por otra parte, los sistemas lineales a trozos están siendo extensivamente estudiados en la actualidad porque modelan fielmente determinados procesos físicos, véase por ejemplo [2]. Además, estos sistemas son capaces de reproducir comportamientos dinámicos análogos a los de los sistemas diferenciables, ver [1], incluyendo, entre otros, los fenómenos relacionados con las conexiones homoclinas y heteroclinas [2]. A pesar de la linealidad en cada zona, la prueba de la existencia de estas conexiones globales queda muy lejos de ser trivial y, en consecuencia, también es frecuente usar herramientas numéricas para su determinación [3].

Presentamos en esta comunicación una técnica para probar de forma analítica la existencia de conexiones globales en sistemas continuos lineales a trozos. Más concretamente, utilizamos esta técnica para demostrar la existencia de dos conexiones homoclinas y un ciclo heteroclino (tipo punto-T) en una familia uniparamétrica de sistemas continuos lineales a trozos tridimensionales con dos zonas, reversibles y con trazas nulas. Un representante de esta familia es el sistema

$$\dot{x} = y, \quad \dot{y} = z, \quad \dot{z} = 1 - y - \lambda(1+\lambda^2)|x|, \quad \text{con } \lambda > 0, \tag{1}$$

que también puede entenderse como una versión lineal a trozos del sistema de Michelson [4].
Nuestra principal aportación, en relación al sistema (1), la enunciamos a continuación.

Teorema: Existen dos valores $\lambda_1, \lambda_2 > \frac{1}{2}$ de forma que el sistema (1) para $\lambda = \lambda_1$ posee dos homoclinas y para $\lambda = \lambda_2$ un ciclo heteroclino tipo punto-T.

Sección en el CEDYA 2007: EDO

Referencias

[1] V. Carmona E. Freire, E. Ponce & F. Torres, *Invariant Manifols of Periodic Orbit for Piecewise Linear Three-Dimensional System*, IMA J. Appl. Math, **69** (2004), 71-91.

[2] R. N. Madan, *Chua's Circuit: A Paradigm for Chaos*, ser. B Singapore: World Scientific, (1993).

[3] R. O. Medrano, M.S. Baptista & I.L. Caldas; *Homoclinic orbits in a piecewise systems and their relation with invarian sets*, Physica D **186** (2003), 133-147.

[4] D. Michelson, *Steady solutions of the Kuramoto Sivashinsky equation*, Physica D **19** (1986), 89-111.

[5] L. P. Shil'nikov, *A contribution to the problem of the structure of an extended neighbourhood of a rough equilibrium state of saddle-focus type*, Math. USSR Sbornik **10** (1970), 91-102.