# UNA SIMPLIFICACIÓN DEL MÉTODO DE LAPLACE Y APLICACIONES

Pedro J. Pagola, José L. López, Ester Pérez

Dpto. de Ingenieria Matematica e Informatica, Universidad Publica de Navarra

pedro.pagola@unavarra.es, jl.lopez@unavarra.es,ester.perez@unavarra.es

## Resumen

Multitud de funciones especiales de la física aparecen en problemas de mecánica cuántica como solución de ciertas ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden. Diversas de estas funciones especiales, tales como las funciones de Bessel, la función hipergeómetrica confluente o las funciones culombianas por ejemplo, admiten una representación integral de la forma

$$F(x) \equiv \int_a^b e^{-x\,f(t)}\, g(t)\, dt,$$

donde $x$ representa algún parámetro físico de la teoría en consideración. La evaluación de estas integrales no resulta sencilla en general, pero en muchas ocasiones, ese parámetro $x$ toma valores elevados (momento angular, radio de una órbita alejada, etc...) En esta situación, resulta interesante disponer de métodos de evaluación aproximada de este tipo de integrales para valores grandes de la variable $x$.

El método más utilizado en la práctica es el famoso método de Laplace. La principal dificultad en el método de Laplace para la obtención de desarrollos asintóticos de este tipo de integrales la origina un cambio de variable. Para suavizar esta dificultad, proponemos una factorización del integrando que evita dicho cambio de variable, simplificando enormemente las operaciones.

Por un lado, el calculo de los coeficientes del desarrollo asintótico es extraordinariamente sencillo. Por otro lado, la secuencia asintótica obtenida con nuestro método es tan sencilla como en el método standar de Laplace: funciones gamma completas o incompletas. Ademas, obtenemos una fórmula explícita para los coeficientes de dicho desarrollo, a diferencia de lo que sucede en el método de Laplace, donde rara vez es posible obtener fórmulas explítas. Más todavía, mediante una reagrupación de términos podemos obtener fórmulas explítas para los coeficientes del desarrollo de Laplace estándar.

Ilustramos este método con importantes ejemplos de funciones especiales como son la función hipergeométrica confluente y la función gamma de Euler, obteniendo una fórmula explícita para los coeficientes del desarrollo de Stirling.

**Sección en el CEDYA 2007:** OTROS TEMAS (Teoría de aproximación)

## Referencias

[1] C.Ferreira,J.L.López and E.Pérez Sinusía, *The incomplete gamma functions for large values of theirs variables* , acepted in Avd.Appl.Math.

[2] C.Ferreira,J.L.López and E.Pérez Sinusía, *The Gauss hipergeometric function $F(a, b; c; x)$ for large b and c* J.Comput.Appl.Math. 197(2006) 568-577.

[3] C.Ferreira,J.L.López,P.J.Pagola and E.Pérez Sinusía, *The Laplace's and steepest descents methods revised* , acepted in Int.Math.J.

[4] R.B.Paris, it A uniform asymptotic expansion for the incomplete gamma functions, J.Comput.Appl.Math.,148 (2002), 323-339.