Evolución paramétrica del sistema de Lorenz

R. Barrio

GME, Depto. Matemática Aplicada, Universidad de Zaragoza, E-50009 Zaragoza, Spain

rbarrio@unizar.es

http://gme.unizar.es

S. Serrano

GME, Depto. Informática e Ingeniería de Sistemas, Universidad de Zaragoza, E-50015 Zaragoza, Spain.

sserrano@unizar.es

http://gme.unizar.es

F. Blesa

GME, Depto. Física Aplicada, Universidad de Zaragoza, E-50009 Zaragoza, Spain

fblesa@unizar.es

http://gme.unizar.es

Resumen

El sistema de Lorenz [4] es el problema por excelencia a la hora de hablar de sistemas caóticos. A lo largo de los últimos 40 años ha sido estudiado utilizando diversas técnicas, tanto numéricas como analíticas. Las ecuaciones clásicas de Lorenz son

$$\dot{x} = -\sigma\, x + \sigma\, y, \quad \dot{y} = -xz + r\, x - y, \quad \dot{z} = xy - b\, z, \tag{1}$$

donde aparecen tres parámetros de control adimensionales: σ el número de Prandtl, b una constante positiva de orden 1, y r el número de Rayleigh relativo. Este modelo es una versión altamente simplificada de un problema real para el cual ciertos valores de los parámetros no tiene sentido, pero desde el punto de vista matemático una interesante pregunta es la siguiente: ¿cómo evoluciona el sistema de Lorenz con respecto de los tres parámetros? En la literatura la mayor parte de los análisis se restringen a fijar dos de ellos y variar solamente uno. Recientemente ha aparecido una referencia en la que se fija uno de los parámetros y se cambian los otros dos [3].

Nosotros, en esta comunicación estudiamos el sistema de Lorenz con respecto de los tres parámetros, dando por tanto una visión global del mismo. Para ello utilizamos diversas técnicas numéricas, siendo la más útil el recientemente introducido indicador de caos OFLI2 [1, 2], el cual nos permite localizar las regiones en las cuales podemos esperar un comportamiento caótico. Los resultados obtenidos con OFLI2 se comparan con los obtenidos con MLE (Maximum Lyapunov Exponent) y con diagramas de bifurcaciones realizados con AUTO.

Sección en el CEDYA 2007: EDO

Referencias

[1] R. Barrio, *Sensitivity tools vs. Poincaré sections*, Chaos Solitons Fractals 25 (3) (2005), 711-726.

[2] R. Barrio, *Painting chaos: a gallery of sensitivity plots of classical problems*, Internat. J. Bifur. Chaos 16 (10) (2006), 2777-2798.

[3] H.R. Dullin, S. Schmidt, P.H. Richter and S.K. Grossmann, *Extended phase diagram of the Lorenz model*, http://www.citebase.org/cgi-bin/citations?id=oai:arXiv.org:nlin/0504024, (2005).

[4] E.N. Lorenz, *Deterministic nonperiodic flow*, Journal of the Atmospheric Sciences Solitons Fractals 20 (1963), 130-141.