

Métodos de elementos finitos y características de alto orden para la convección natural

M. BENÍTEZ, A. BERMÚDEZ DE CASTRO

Dpto. de Matemática Aplicada, Universidad de Santiago de Compostela
martabg@usc.es

Resumen

Esta comunicación se centrará en el estudio de problemas de convección natural.

En primer lugar se recordarán los modelos matemáticos implicados en los fenómenos de transporte de un fluido; como caso particular se obtienen los modelos matemáticos implicados en los procesos de convección natural (ver [2]). Los modelos se plantean sobre un dominio bidimensional. Típicamente, los fenómenos de transporte en un fluido están gobernados por las ecuaciones básicas de conservación de la masa, la cantidad de movimiento y la energía. En primer lugar se han estudiado por separado las ecuaciones de conservación de la cantidad de movimiento y de la energía, a pesar de que en realidad se trata de un problema acoplado, ya que en el modelo están presentes las variaciones de densidad, viscosidad y conductividad térmica provocadas por modificaciones de temperatura. Posteriormente hemos estudiado el problema acoplado y finalmente se ha desarrollado el modelo de Boussinesq, que hemos supuesto válido para representar los procesos de convección natural estudiados.

Aspectos como la no linealidad de las ecuaciones constitutivas y la restricción de incompresibilidad, hacen del estudio del transporte de un fluido un problema de gran complejidad. Desde el punto de vista práctico, esta complejidad se traduce en que los requerimientos computacionales, tanto de memoria como de tiempo de cálculo, sean enormes.

El modelo matemático que planteamos para la conservación de la energía es una formulación del tipo *entalpía* con un término convectivo que incluye el campo de velocidades (que se supone conocido cuando se estudia dicha ecuación de forma independiente) (ver [5]).

La segunda parte de la comunicación tiene como finalidad presentar el método que hemos utilizado para resolver numéricamente el problema. Dado su carácter evolutivo y la importancia de la convección en el mismo, hemos empleado un método de características de orden dos en combinación con métodos de elementos finitos, para resolver numéricamente el problema acoplado de las ecuaciones de conservación de la cantidad de movimiento y de la energía (ver, por ejemplo, [3], [4], [6]). Debido al carácter no lineal del problema térmico, para su resolución numérica se ha utilizado un algoritmo iterativo de dualidad. Los algoritmos obtenidos se han implementado mediante programas de ordenador escritos en Fortran.

Mostraremos los resultados numéricos que hemos obtenido comparándolos con datos analíticos. Se ha resuelto un problema bidimensional de convección natural en una cavidad cuadrada donde las paredes verticales se encuentran a distintas temperaturas. Los resultados obtenidos han sido comparados con los resultados de Vahl Davis [7].

Esta comunicación recoge parte de los resultados contenidos en [1].

Sección en el CEDYA 2007: AN

Referencias

- [1] M. Benítez García. Simulación numérica en Ingeniería y Ciencias Aplicadas I y II. Trabajo de Investigación Tutelado. Universidad de Santiago de Compostela, 2006.
- [2] A. Bermúdez. Continuum Thermomechanics. Birkhäuser Verlag, Berlin. *Progress in Mathematical Physics*, 43, 2005.
- [3] A. Bermúdez, M. R. Nogueiras, and C. Vázquez. Numerical solution of (degenerated) convection-diffusion-reaction problems with higher order characteristics/finite elements. Part I: Time discretization. *SIAM J. Numer. Anal.*, 44:1829–1853, 2006.
- [4] A. Bermúdez, M. R. Nogueiras, and C. Vázquez. Numerical solution of (degenerated) convection-diffusion-reaction problems with higher order characteristics/finite elements. Part II: Fully Discretized Scheme and Quadrature Formulas. *SIAM J. Numer. Anal.*, 44:1854–1876, 2006.
- [5] A. Bermúdez and M.V. Otero. Numerical solution of a three-dimensional solidification problem in aluminium casting. *Finite Elements in Analysis and Design*, 40:1885–1906, 2004.
- [6] K. Boukir, Y. Maday, B. Métivet, and E. Razafindrakoto. A high-order characteristics/finite element method for the incompressible Navier-Stokes equations. *Internat. J. Numer. Methods Fluids*, 25:1421–1454, 1997.
- [7] G. de Vahl Davis. Natural convection of air in a square cavity: a benchmark numerical solution. *Internat. J. Numer. Methods Fluids*, 3:249–64, 1983.