Un estudio unificado de la convergencia semilocal de métodos tipo Newton de dos puntos en espacios de Banach

María Jesús Rubio, Miguel A Hernández

Dpto. de Matemáticas y Computación, Univ. de La Rioja

mjesus.rubio@dmc.unirioja.es, mahernan@dmc.unirioja.es

Resumen

En este trabajo consideramos una expresión general de métodos tipo Newton de dos puntos mediante el siguiente algoritmo (estudiado por Argyros en [?])

$$x_{n+1} = x_n - (A(x_{n-1}, x_n))^{-1} F(x_n), \quad n \geq 0, \quad x_{-1}, x_0 \in \Omega. \tag{1}$$

donde F es un operador definido en un dominio convexo Ω contenido en un espacio de Banach X con valores en otro espacio de Banach Y. $A(u,v)$ es un operador lineal y acotado de X en Y, $A(u,u) \in \mathcal{L}(X,Y)$

Dicho algoritmo lo utilizaremos para aproximar una solución de la ecuación

$$F(x) = 0.$$

Estudiamos condiciones de convergencia semilocal para (1), teniendo en cuenta que este algoritmo puede representar procesos iterativos como el método de Newton [?], método de la Secante [?], métodos de tipo Newton ([?], [?]), métodos de tipo Secante [?], métodos de tipo Steffensen [?], etc.

Nuestro objetivo es establecer condiciones generales de convergencia semilocal, más suaves que las conocidas como condiciones de tipo Kantorovich, para los algoritmos que admiten la representación dada en (1). Así obtendremos una teoría modificada de convergencia semilocal para todos los métodos citados anteriormente y que son habitualmente utilizados en problemas como ecuaciones integrales, ecuaciones diferenciales, sistemas de ecuaciones no lineales, etc.

Por otra parte, siguiendo la idea utilizada por otros autores ([?], [?]), consideramos la siguiente descomposición para F:

$$F(x) = G(x) + H(x)$$

donde $G, H : \Omega \subseteq X \to, Y$, siendo G un operador diferenciable mientras que H no lo es. Así, podemos obtener a partir de nuestro estudio, resultados para aproximar una solución de una ecuación $F(x) = 0$, cuando F es un operador no diferenciable.

Sección en el CEDYA 2007: AN

Referencias

[1] I.K. Argyros. *A unifying local-semilocal convergence analysis and applications for two-point Newton-like methods in Banach space.* J. Math. Anal. Appl., 298 (2004), 374-379.

[2] E. Catinas. *On some iterative methods for solving nonlinear equations.* Rev. Anal. Numér. Théor. Approx., 23 (1994), 47-53.

[3] M. Heinkenschloss, C.T. Helley y H.T. Tran. *Fast algorithms for nonsmoodth compact point problems.* SIAM J. Numer. Anal., 29 (1992), 1769-1792.

[4] M.A. Hernández, M.J. Rubio y J.A. Hezquerro. *Solving a special case of conservative problems by secant-like methods.* Appl. Math. Comput., 169, no. 2 (2005), 926-942.

[5] L.W. Johnson y D.R. Scholz. *On Steffensen's Method.* SIAM J. Numer. Anal., 5, no. 2 (1968), 296-302.

[6] L.V. Kantorovich y G.P. Akilov, *Functional analysis*, Pergamon Press (Oxford), 1982.

[7] F.A. Potra y V. Ptak, *Nondiscrete induction and iterative processes*, Pitman Publ., New York, 1984.

[8] W.C. Rheinboldt. *A unified convergence theory for a class of iterative process.* SIAM J. Numer. Anal., 5 (1968), 42-63.

[9] J.W. Schmidt. *Untere Fehlerschranken fur Regula-Falsi Verhafren.* Period. Math. Hungar., 9 (1978), 241-247.