Ciclos límite en campos polinomiales utilizando el método de averaging

JESÚS S. PÉREZ DEL RÍO, BELÉN GARCÍA

Dpto. de Matemáticas, Univ. de Oviedo

jspr@uniovi.es, belen.garcia@uniovi.es

JAUME LLIBRE

Dpto. de Matemáticas, Univ. Autónoma de Barcelona

jllibre@mat.uab.es

Resumen

Consideraremos en lo que sigue sistemas polinomiales de grado m, es decir, sistemas de la forma

$$x' = P(x,y),\ y' = Q(x,y),$$

donde P y Q son polinomios cuyo grado máximo es m. Es bien conocido que el problema 16 de la lista de Hilbert consiste en determinar el número máximo de ciclos límite H_m que pueden poseer los sistemas polinomiales de un grado m fijado. En estos momentos es todavía un problema abierto la determinación de si H_2 es acotado y, en su caso, su cálculo. El mejor resultado en esta dirección es la prueba de que un campo polinomial no puede tener infinitos ciclos límite (ver [1], [2]). Un posible camino para la obtención de ciclos límite es la perturbación de un campo vectorial con un centro y la determinación del número máximo de ciclos límite rodeando un punto singular que se pueden obtener por ese procedimiento constituye el problema 16 de Hilbert débil. Existen diversos métodos para analizar ese número (aplicación de Poincaré, integrales de Melnikov, ...) con los que las mejores estimaciones conocidas son las de [3]. En [4] se ha aplicado por primera vez a este problema el método de averaging que ha obtenido resultados prometedores cuando se aplica a centros modificados con una recta de puntos críticos, en cuyo caso, el "averaging" a primer orden aplicado a una perturbación polinomial de grado n permite obtener n ciclos límite hiperbólicos. Con este mismo método en [5] se obtienen hasta 6 ciclos límite cuando se sustituye la recta de puntos críticos por cónicas y la perturbación se efectúa con polinomios de grado 3. En el trabajo que presentaremos ([6]) se considera una familia de curvas de puntos críticos que incluye algunas cónicas conocidas y se obtendrá el número de ciclos límite para este caso que resulta ser de tipo cuadrático en m.

Sección en el CEDYA 2007: EDO

Referencias

[1] J. Ecalle, *Introduction aux fonctions analysables et preuve constructive de la conjeture de Dulac*, Hermann, Paris, 1992.

[2] Yu. S. Il'yashenko, *Finiteness theorems for limit cycles.* Translations of Mathematical Monographs, Vol. 94, Providence, RI, Amer. Math. Soc., 1991.

[3] C. Li, W. Li, J. Llibre and Z. Zhang, *Polynomial systems: a lower bound for the weakened 16th Hilbert problem.* Extracta Mathematicae, 16 (2001), 441-447.

[4] J. Llibre, J. S. Pérez del Río, J. A. Rodríguez, *Averaging analysis of a perturbateds quadratic center.* Nonlinear Analysis 46 (2001), 45-51.

[5] J. Giné, J. Llibre, *Limit cycles of cubic polynomial fields via averaging theory*, aparecerá en Nonlinear Analysis.

[6] B. García, J. S. Pérez del Río, J. Llibre, *Limit cycles of polynomial vector fields via averaging theory*, en preparación.