

Métodos conservativos de direcciones alternadas para problemas parabólicos semilineales sobre mallados rectangulares lógicos

A. ARRARÁS, L. PORTERO, J.C. JORGE

Dpto. de Ingeniería Matemática e Informática, Universidad Pública de Navarra

andres.arraras@unavarra.es, laura.portero@unavarra.es, jcjorge@unavarra.es

Resumen

El presente trabajo propone y analiza un método numérico eficiente para la resolución de problemas evolutivos de naturaleza semilineal en cuya formulación aparecen derivadas mixtas. En general, suponemos que dichos problemas se hallan definidos sobre geometrías bidimensionales no rectangulares que admiten una transformación suficientemente regular a un dominio rectangular.

En primer lugar, se aplica una semidiscretización espacial basada en una variante del método de elementos finitos mixtos (véase [1]). Si se consideran los espacios de Raviart-Thomas-Nédélec de orden más bajo en combinación con determinadas reglas de cuadratura, dicha semidiscretización se reduce a un esquema de diferencias finitas centrado en celdas, que tiene asociado un *stencil* de nueve puntos. El esquema resultante preserva las propiedades esenciales de los métodos mixtos estándar (precisión asintótica y conservatividad local), reduciendo notablemente su coste computacional.

La aproximación en espacio da lugar a un sistema no lineal de ecuaciones diferenciales stiff, cuya integración temporal se realiza mediante un método de direcciones alternadas linealmente implícito. Para ello, la matriz de rigidez del sistema es descompuesta en tres términos: dos de ellos agrupan las derivadas de segundo orden discretas con respecto a cada una de las variables espaciales y actúan de modo implícito (al igual que en los esquemas clásicos de direcciones alternadas), mientras que el tercero, que es tratado explícitamente, contiene las discretizaciones de las derivadas mixtas y del término fuente no lineal (véase [4, 2]). El esquema totalmente discreto así obtenido está compuesto por conjuntos de sistemas tridiagonales desacoplados que son fácilmente paralelizables.

El trabajo se completa con algunos resultados teóricos de convergencia incondicional, tanto para el esquema continuo en tiempo (que generalizan los obtenidos en [3] sobre problemas parabólicos lineales) como para el esquema totalmente discreto. Por último, se incluye un experimento numérico que ilustra el comportamiento del método en la resolución de modelos de flujo en medios porosos de naturaleza anisótropa.

Sección en el CEDYA 2007: AN

Referencias

- [1] T. Arbogast, M.F. Wheeler, I. Yotov. *Mixed finite elements for elliptic problems with tensor coefficients as cell-centered finite differences*. SIAM J. Numer. Anal., 34 (1997), 828 – 852.
- [2] B. Bujanda, J.C. Jorge. *Stability results for linearly implicit fractional step discretizations of non-linear time dependent parabolic problems*. Appl. Numer. Math., 56 (2006), 1061 – 1076.
- [3] R.E. Ewing, R.D. Lazarov. *Superconvergence of the mixed finite element approximations of parabolic problems using rectangular finite elements*. East-West J. Numer. Math., 1 (1993), 199 – 212.
- [4] K.J. in't Hout, B.D. Welfert. *Stability of ADI schemes applied to convection-diffusion equations with mixed derivative terms*. Appl. Numer. Math., 57 (2007), 19 – 35.