

Análisis de un método BEM-FEM para la resolución numérica de un problema de magnetostática en \mathbb{R}^3

ALFREDO BERMÚDEZ¹, RODOLFO RODRÍGUEZ², PILAR SALGADO¹, VIRGINIA SELGAS³

¹Dpto. de Matemática Aplicada, Universidade de Santiago de Compostela, España

²Dpto. de Ingeniería Matemática, Universidad de Concepción, Chile

³Dpto. de Matemáticas, Universidade da Coruña, España

mabermud@usc.es, rodolfo@ing-mat.udec.cl, mpilar@usc.es, vselgas@udc.es

Resumen

El problema de magnetostática se obtiene a partir de las ecuaciones de Maxwell despreciando la dependencia temporal de los campos electromagnéticos. Concretamente, suponiendo conocida la densidad de corriente \mathbf{J} , el problema consiste en encontrar el campo magnético \mathbf{H} y la inducción magnética \mathbf{B} , definidos en todo \mathbb{R}^3 y cumpliendo:

$$\mathbf{curl} \mathbf{H} = \mathbf{J}, \quad (1)$$

$$\mathbf{div} \mathbf{B} = 0, \quad (2)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad (3)$$

donde μ es la permeabilidad magnética. Para resolver este modelo simplificado, en ingeniería eléctrica pueden encontrarse distintos métodos numéricos, cuya diferencia fundamental son las incógnitas principales del problema. Así, pueden encontrarse formulaciones en términos de campos vectoriales (vector potencial magnético, campo magnético, inducción magnética) o en términos de diferentes potenciales escalares (ver por ejemplo [2]). Los resultados numéricos de la literatura indican que las formulaciones escalares son las más eficientes tanto desde un punto de vista computacional como de aproximación. En particular, la combinación de los denominados *potencial escalar reducido* y *potencial total* parece ser la más eficiente. Esta estrategia, que combina el potencial total en los materiales magnéticos sin fuentes de corriente y el potencial reducido en el aire y en los materiales magnéticos que transportan corriente, fue introducida en 1979 por Simkin y Trowbridge [4] para dominios bidimensionales y extendida posteriormente a dominios tridimensionales. Sin embargo, el análisis matemático de esta formulación y de su resolución numérica con un método de elementos finitos no se ha realizado hasta fechas muy recientes en [1].

Es importante señalar que el análisis desarrollado en [1] es para dominios tridimensionales *acotados* y por tanto requiere añadir a las ecuaciones (1–3) condiciones de contorno aproximadas, dado que el dominio natural del problema es todo el espacio. Ahora bien, el hecho de que las ecuaciones son homogéneas con coeficientes constantes en el exterior de una región acotada, permite combinar un método de elementos finitos con un método de elementos de contorno y aproximar la formulación escalar *potencial total-potencial reducido* en todo el espacio \mathbb{R}^3 . Así, el objetivo de este trabajo es analizar la formulación en términos de los potenciales total y reducido definida en \mathbb{R}^3 y su resolución numérica mediante un método BEM-FEM. Cabe señalar que analizaremos el problema considerando que el dominio magnético puede ser múltiplemente conexo, lo cual conduce a trabajar con un potencial total multivaluado. Seguiremos las ideas de [1] para el tratamiento del potencial multivaluado, evitando de este modo las costosas aproximaciones numéricas de las funciones de base del espacio de campos armónicos de Neumann construidas en [3] para un problema cuasi-estacionario. Probaremos resultados de convergencia para el método BEM-FEM propuesto y mostraremos algunos resultados numéricos correspondientes a la simulación de un electroimán.

Sección en el CEDYA 2007: AN

Referencias

- [1] A. Bermúdez, R. Rodríguez, P. Salgado, *A finite element method for the magnetostatic problem in terms of scalar potentials*, Preprint DIM 2006-28, Universidad de Concepción, Concepción, 2006.
- [2] Ch. Magele, H. Stögner K. Preis, *Comparison of different finite element formulations for 3D magnetostatic problems*, IEEE Transaction on Magnetics, 24 (1) (1988), 31–34.
- [3] S. Meddahi, V. Selgas, *A Mixed-FEM and BEM coupling for a three-dimensional eddy current problem*, M2AN Math. Model. Numer. Anal., 37 (2) (2003), 291-318.
- [4] J. Simkin, C.W. Trowbridge, *On the use of the total scalar potential in the numerical solution of field problems in electromagnetics*, Int. J. Meth. Eng. 14 (1979), 423–440.