

# Algunos resultados sobre periodicidad de ecuaciones en diferencias de orden dos y tres

ANTONIO LINERO BAS, FRANCISCO BALIBREA GALLEGO

Dpto. de Matemáticas, Univ. de Murcia

lineroba@um.es, balibrea@um.es

## Resumen

Existe una gran cantidad de modelos biológicos, económicos, ... cuya evolución se describe a partir de ecuaciones (autónomas) en diferencias. Un ejemplo paradigmático es la ecuación logística

$$x_{n+1} = (1 + a - bx_n)x_n,$$

que modela cómo evoluciona la densidad de población  $x_n$  de una cierta especie biológica (insectos, ratones, ...), donde  $a$  es un valor positivo relacionado con la tasa máxima de crecimiento en ausencia de factores negativos, mientras que  $b$  es una medida de la capacidad o resistencia del medio para albergar cantidades cada vez mayores de población (véase [7]). El modelo anterior es una discretización del modelo logístico continuo  $x'(t) = (a - bx(t))x(t)$ . En [8], Volterra reemplaza la ecuación diferencial anterior por esta otra,  $x'(t) = (a - \int_0^t b(t-\tau)x(\tau)d\tau)x(t)$ . Una ecuación en diferencias de orden  $k$  paralela a la ecuación diferencial anterior es  $x_{n+k+1} = (1 + a - \sum_{j=0}^k \alpha_j x_{n+j})x_{n+k}$ , conocida como función logística generalizada, donde  $a > 0$  y los coeficientes  $\alpha_j$  son no negativos (véase [6]).

Hay casos particulares del modelo discreto anterior que se ajustan a ecuaciones de la forma  $x_{n+3} = x_{n+2}f(x_{n+1}, x_n)$ , donde  $f$  es una función definida en  $(0, \infty)^2$  que toma valores positivos. El objeto de la presente comunicación es considerar el tópico de la periodicidad (global) en este tipo de ecuaciones de orden tres, así como presentar nuevos resultados sobre periodicidad de algunas ecuaciones en diferencias de orden dos y sus generalizaciones. Los artículos en que aparecen recogidos estos resultados son [1, 2, 3, 4, 5].

**Sección en el CEDYA 2007:** EDO

## Referencias

- [1] F. Balibrea, A. Linero. *On the periodic structure of delayed difference equations of the form  $x_n = f(x_{n-k})$  on  $I$  and  $S^1$* . J. Difference Equ. Appl. **9** (2003), 359-371.
- [2] F. Balibrea, A. Linero. *Some new results and open problems on periodicity of difference equations*. Grazer Math. Ber. **350** (2006), 15-38.
- [3] F. Balibrea, A. Linero. *On global periodicity of  $x_{n+2} = f(x_{n+1}, x_n)$* . World Scientific Publ., Proceedings of the Conference On Difference Equations, Munich (Germany), 2005.
- [4] F. Balibrea, A. Linero. *On the global periodicity of some difference equations of third order*. Preprint, 2007.
- [5] F. Balibrea, A. Linero, G. Soler, S. Stević. *Global periodicity of  $x_{n+k+1} = f_k(x_{n+k}) \cdots f_2(x_{n+2})f_1(x_{n+1})$* . J. Difference Equ. Appl., en prensa.
- [6] S.H. Levine, D.J. Plunkett, F.M. Scudo. *Persistence and convergence of ecosystems: an analysis of some second order difference equations*. J. Math. Biol. **4** (1977), 171-182.
- [7] R. M. May. *Biological populations obeying difference equations: stable points, stable cycles and chaos*. Journal of Theoretical Biology **51** (1975), 511-525.
- [8] V. Volterra. *Variazioni e fluttuazioni del numero d'individui in specie animal conviventi*. Mem. Accad. Lincei **2** (1926), 31-114.