Convergencia y análisis numérico de un método de tercer orden para sistemas de ecuaciones no lineales

Sergio Amat, Sonia Busquier, Concha Bermúdez, Fernando Manzano

Dpto. de Matemática Aplicada y Estadística, U.P. Cartagena.

sergio.amat@upct.es, sonia.busquier@upct.es, concepcion.bermudez@upct.es

Sergio Plaza

Dpto. de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad de Santiago de Chile.

splaza@lauca.usach.cl

Resumen

A lo largo de la Historia la resolución de ecuaciones no lineales ha preocupado a los matemáticos. Hoy en día, con los adelantos tecnológicos, estas ecuaciones son aproximadas de forma eficiente por medio de métodos iterativos. La idea es generar una sucesión de aproximaciones $x_0, x_1, x_2, ...$ que bajo ciertas condiciones converge a la raíz deseada.

En general, un método iterativo $x_{n+1} = \Phi(x_n)$ es de orden p-ésimo si la solución x^* de $F(x) = 0$ satisface $x^* = \Phi(x^*)$, $\Phi'(x^*) = \cdots = \Phi^{(p-1}(x^*) = 0$ y $\Phi^{(p}(x^*) \neq 0$. Para este método, el error $|x^* - x_{n+1}|$ es proporcional a $|x^* - x_n|^p$ cuando $n \to \infty$. Por ejemplo, el método de Newton

$$x_{n+1} = x_n - F^{'}(x_n)^{-1} F(x_n).$$

tiene convergencia cuadrática (orden dos) para raíces simples.

En este trabajo, presentamos una extensión a espacios de Banach de un método de tercer orden recientemente presentado en el caso escalar [2]. Se introducirán varios teoremas de convergencia, modificaciones que no necesitan el computo de derivadas y varios experimentos numéricos.

Referencias

[1] S. Amat, S. Busquier and J.M. Gutiérrez, *Geometric constructions of iterative functions to solve nonlinear equations.* J. Comput. Appl. Math. **157** (1), 197–205, (2003).

[2] M.A. Noor et al., *An iterative method with cubic convergence for nonlinear equations*, Appl. Math. Comp., **183**, (2006), 1249-1255.