

Ecuación hiperbólica de transmisión del calor para el estudio de la ablación corneal

M. TRUJILLO, J. A. LÓPEZ MOLINA, M. J. RIVERA

Dpto. de Matemática Aplicada, Instituto de Matemática Pura y Aplicada,
Universidad Politécnica de Valencia

matrugui@mat.upv.es, jalopez@mat.upv.es, mjrivera@mat.upv.es

E. J. BERJANO

Dpto. de Ingeniería Electrónica, Centro de Investigación e Innovación en Bioingeniería,
Universidad Politécnica de Valencia

eberjano@eln.upv.es

Resumen

Es cada vez mayor el número de trabajos en los que para abordar el estudio de un problema de transmisión del calor se utiliza el modelo hiperbólico, en lugar del clásico o parabólico. El modelo clásico de Fourier supone una velocidad infinita de transmisión del calor y la existencia de flujos de valor infinito. Aunque estos inconvenientes físicos no han supuesto una barrera para utilizar el modelo en multitud de aplicaciones ordinarias a la Ingeniería, sí que se encuentran disparidades entre los resultados teóricos obtenidos con el modelo y la experiencia en situaciones físicas en las que se aplican grandes cantidades de calor en pequeños intervalos de tiempo.

Con el creciente desarrollo de nuevas tecnologías es cada vez mayor el número de situaciones físicas de estas características (como por ejemplo el procesado de materiales mediante pulsos de láser o la irradiación electromagnética de sólidos). En estos casos el empleo del modelo hiperbólico subsana los errores del clásico. El modelo hiperbólico supone una velocidad finita de transmisión del calor y la existencia de flujos de valor finito. La ecuación hiperbólica del calor en el caso de materiales isótropos y para sólidos unidimensionales es

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \tau \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{1}{\rho c} \left(Q + \tau \frac{\partial Q}{\partial t} \right)$$

donde τ es el parámetro de relajación, que expresa el tiempo que tarda el calor en transmitirse y producir el flujo, ρ es la densidad, c el calor específico, α la difusividad y Q representa las fuentes internas de calor.

Estamos interesados en el estudio del problema de transmisión del calor que se produce en el proceso de ablación de la córnea humana mediante radiofrecuencia, tal es el caso de la queratoplastia conductiva para la corrección de la hipermetropía y/o el astigmatismo mediante el empleo de electrodos intracorneales de dimensiones muy pequeñas. En estos casos, las distancias de interés son lo suficientemente pequeñas, y los tiempos de excitación lo suficientemente cortos, como para que el estudio de modelado de la transmisión de calor deba contemplar la ecuación hiperbólica. Así, el **objetivo** de esta comunicación es obtener la solución analítica del problema de ablación en la cornea bajo el punto de vista del modelo hiperbólico y compararla con la obtenida con el modelo parabólico. El **interés** de este trabajo se basa en que los modelos matemáticos propuestos hasta la fecha para la predicción de la temperatura corneal durante el calentamiento con radiofrecuencia no contemplan la transferencia de calor con velocidad finita. El modelo que presentamos permitirá una mejor estimación de la temperatura, y por lo tanto, una mejora en el entendimiento de los fenómenos biofísicos implicados en estas terapias.

Sección en el CEDYA 2007: EDP

Referencias

- [1] J. J. Klossica, U. Gratzke, M. Vicanek, G. Simon. *Importance of a finite speed of heat propagation in metals irradiated by femtosecond laser pulses*. Physical Review, vol. 54(15), (1996) 10277-10279.
- [2] M. Ishihara, T. Arai, S. Sato, Y. Morimoto, M. Obara, M. Kikuchi. *Measurement of the surface temperature of the cornea during Arf excimer laser ablation by thermal radiometry with a 15-nanosecond time response*. Lasers in Surgery and Medicine, vol. 30, (2002), 54-59.

- [3] W. S. Kim, L. G. Hector Jr., M. N. Özisik. *Hyperbolic heat conduction due to axisymmetric continuous or pulsed surface heat sources*. J. Appl. Phys., vol. 68(11), (1990) 5478-5485.

Contribuciones: (M. Trujillo, J. A. López Molina, M. J. Rivera, E. J. Berjano)

Garantiza la integridad del estudio en su totalidad: MT. Aspectos conceptuales: MT, JALM, EJB. Diseño del estudio: MT, EJB. Revisión bibliográfica: MT, EJB. Estudio experimental (análisis matemáticos): MT, JALM, MJR. Análisis/interpretación de datos: Todos. Preparación de manuscrito: MT, EJB. Definición del contenido intelectual del manuscrito y aprobación final: MT, EJB, MJR. Edición/revisión del manuscrito final: Todos.