

# Desigualdades variacionales casilineales elípticas con crecimiento natural en el gradiente

PEDRO J. MARTÍNEZ-APARICIO, DAVID ARCOYA

Dpto. de Análisis Matemático, Univ. de Granada

pedrojma@ugr.es, darcoya@ugr.es

JOSÉ CARMONA

Dpto. de Álgebra y Análisis Matemático, Univ. de Almería

jcarmona@ual.es

## Resumen

Sean  $\Omega$  un conjunto abierto y acotado de  $\mathbb{R}^N$  ( $N \geq 3$ ),  $\psi \in W^{1,p}(\Omega)$  ( $p > N$ ) de manera que  $\psi^+ \in H_0^1(\Omega) \cap L^\infty(\Omega)$  y  $a \in L^q(\Omega)$  con  $q > N/2$  satisfaciendo  $\text{ess inf } \{a(x) / x \in \omega\} > 0$ ,  $\forall \omega \subset\subset \Omega$ . Estudiamos [1] la existencia de solución positiva  $w \in H_0^1(\Omega)$  de la desigualdad variacional

$$\left. \begin{aligned} w(x) &\geq \psi(x) \text{ a.e. } x \in \Omega \\ g(w)|\nabla w|^2 &\in L_{\text{loc}}^1(\Omega), \quad g(w)|\nabla w|^2(w - \psi^+) \in L^1(\Omega) \\ \int_{\Omega} \nabla w \nabla(v - w) + \int_{\Omega} g(w)|\nabla w|^2(v - w) &\geq \int_{\Omega} a(x)(v - w), \quad \forall v \in K \end{aligned} \right\}$$

donde

$$K \equiv \left\{ v \in H_0^1(\Omega) \cap L^\infty(\Omega) : \begin{array}{l} v(x) \geq \psi(x) \text{ a.e. } x \in \Omega \\ \text{supp } (v - \psi^+) \subset\subset \Omega \end{array} \right\},$$

y  $g : (0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$  satisface  $\limsup_{s \rightarrow 0} sg(s) < +\infty$ . El modelo básico de no linealidad singular  $g$  que nos interesa es  $g(s) = 1/s$ . Para el conocimiento de los autores, el caso de no linealidades  $g$  con singularidad en  $s = 0$  no ha sido tratada en la literatura. Mencionamos que el caso de términos  $g$  no singulares ha sido estudiado en [3, 4, 5]. Como corolario mejoramos el resultado de existencia [2] de solución del problema

$$\begin{aligned} -\Delta w + g(w)|\nabla w|^2 &= a(x), \quad x \in \Omega \\ w &\in H_0^1(\Omega). \end{aligned}$$

**Sección en el CEDYA 2007: EDP**

## Referencias

- [1] D. Arcoya, J. Carmona and P.J. Martínez-Aparicio, *Elliptic obstacle problems with natural growth on the gradient and singular nonlinear terms*, *Adv. Nonlinear Stud.*, to appear.
- [2] D. Arcoya and P.J. Martínez-Aparicio, *Quasilinear equations with natural growth*, *Rev. Mat. Iberoamericana*, to appear.
- [3] A. Bensoussan, L. Boccardo and F. Murat. *On a non linear partial differential equation having natural growth terms and unbounded solution*. *Ann. Inst. Henri Poincaré*. 5 (1988), 347–364.
- [4] L. Boccardo, F. Murat and J. P. Puel. *Existence de solutions faibles pour des équations elliptiques quasi-linéaires à croissance quadratique*, *Nonlinear partial differential equations and their applications*, Collège de France Seminar, vol. IV, ed. by H. Brezis and J.L. Lions, *Research Notes in Mathematics*. **84**, 1983, 19–73.
- [5] J.M. Rakotonoson and R. Temam. *Relative rearrangement in quasilinear elliptic variational inequalities*, *Indiana Univ. Math. J.* 36 (1987), 757–810.