Sobre el método de Godunov para sistemas hiperbólicos no conservativos

María Luz Muñoz Ruiz

Dpto. de Matemática Aplicada, Univ. de Málaga

munoz@anamat.cie.uma.es

Carlos Parés Madroñal

Dpto. de Análisis Matemático, Univ. de Málaga

pares@anamat.cie.uma.es

Resumen

En este trabajo se aborda la aproximación numérica del problema de Cauchy para sistemas hiperbólicos no conservativos en dimensión uno. Para definir el concepto de solución débil de dichos sistemas utilizamos la teoría desarrollada por Dal Maso, Le Floch y Murat, según la cual los productos no conservativos pueden ser interpretados como medidas de Borel asociadas a la elección de una familia de caminos en el espacio de estados. Aunque esta familia de caminos pudiera ser elegida de modo arbitrario, parece natural pedirle que satisfaga ciertas hipótesis concernientes a la relación de los caminos con las curvas integrales de los campos característicos. En primer lugar, establecemos tres hipótesis básicas de este tipo y estudiamos las consecuencias a que da lugar la elección de una familia de caminos que satisfaga dichas hipótesis. En particular, probamos que esta elección permite obtener una expresión del método de Godunov que generaliza su expresión clásica para sistemas de leyes de conservación. También estudiamos las propiedades de buen equilibrado de estos métodos. Finalmente, probamos la consistencia del esquema numérico obtenido con la definición de soluciones débiles. En concreto, probamos que, bajo la hipótesis de variación total acotada, si las aproximaciones obtenidas mediante un método de Godunov basado en una familia de caminos converge uniformemente a alguna función cuando la malla se refina, entonces esta función es una solución débil del sistema no conservativo, relativa a esa familia de caminos. Este resultado se extiende a los esquemas numéricos basados en Resolvedores de Riemann Aproximados.

Sección en el CEDYA 2007: AN

Referencias

[1] G. Dal Maso, P.G. LeFloch, F. Murat. *Definition and weak stability of nonconservative products.* J. Math. Pures Appl., 74 (1995), 483-548.

[2] C. Parés, M.J. Castro. *On the well-balance property of Roe's method for nonconservative hyperbolic systems. Applications to shallow water systems.* ESAIM: M2AN, 38(5) (2004), 821-852.

[3] C. Parés. *Numerical methods for nonconservative hyperbolic systems: a theoretical framework.* SIAM J. Numer. Anal., 44(1) (2006), 300-321.