

Un problema de frontera libre para fluidos No-Newtonianos y aplicación al movimiento de glaciares

MARCO A. FONTELOS

Dpto. de Matemáticas, Univ. Autónoma de Madrid

marco.fontelos@uam.es

ANA I. MUÑOZ, EMANUELE SCHIAVI

Dpto. de Matemática Aplicada, Univ. Rey Juan Carlos, Madrid

anaisabel.munoz@urjc.es, emanuele.schiavi@urjc.es

Resumen

Estudiamos la existencia de soluciones para un problema de frontera libre definido en un dominio bidimensional S en el que se satisfacen las ecuaciones para fluidos No-Newtonianos del tipo ley de potencias:

$$\nabla \cdot T = 0, \quad \nabla \cdot \vec{v} = 0 \text{ en } S, \quad (1)$$

con $T_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu D_{ij}$, $D_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$ y $\vec{v} = (u, w)$. La viscosidad μ depende de los esfuerzos D en la siguiente forma

$$\mu(|D|) = C|D|^{\frac{1}{n}-1}, \quad |D| = \sqrt{2D:D} = \sqrt{\frac{1}{2} \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(2 \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2}$$

siendo $n > 1$ un exponente que depende de la reología del fluido y, que en caso del hielo, se suele tomar del orden de 3. En 3 de los 4 tramos del borde de S se satisfacen condiciones de entrada y salida de flujo o condiciones de no deslizamiento (velocidad cero) o condiciones de esfuerzos y velocidades normales nulos. En el último tramo, que es la frontera libre, se satisface una condición de equilibrio entre los esfuerzos y una función dependiente de la geometría de la frontera (representando la presión hidrostática del agua). Además, se verifica una condición cinemática extra que sobredetermina la ecuación en derivadas parciales y obliga escoger la frontera libre de forma adecuada. La estrategia de resolución del problema consiste en formular variacionalmente el sistema (1), obteniendo así soluciones débiles para la velocidad, en $\left[W^{1,1+\frac{1}{n}}(S) \right]^2$ y resolver con ellas la condición cinemática para determinar la frontera libre mediante un esquema iterativo. A continuación demostramos regularidad adicional de las soluciones para determinar que la frontera libre es, de hecho, $C^{1+\frac{1}{n+1}}$. Determinamos también el comportamiento del flujo en la línea de contacto de la frontera libre con el resto del flujo y presentaremos resultados numéricos obtenidos mediante elementos finitos.

Sección en el CEDYA 2007: EDP

Referencias

M.A. Fontelos, A.I. Muñoz. *A free boundary problem in glaciology: The motion of grounding lines*. Interfaces and free boundaries. To appear.

M.A. Fontelos, A.I. Muñoz, E. Schiavi. *The ice flow behaviour in the neighborhood of the grounding line. Non newtonian case*. Preprint.