

Equi-atracción y dependencia continua de atractores para ecuaciones con retardo

PEDRO MARÍN-RUBIO

Dpto. de Ecuaciones Diferenciales y Análisis Numérico, Univ. de Sevilla

pmr@us.es

PETER KLOEDEN

FB Mathematik, Johann Wolfgang Goethe Universität, Frankfurt am Main, Alemania

kloeden@math.uni-frankfurt.de

Resumen

La semi-continuidad superior de atractores con respecto a parámetros es un resultado bien conocido en la teoría de sistemas dinámicos. Sin embargo, en general, la semi-continuidad inferior, y por tanto la continuidad, no suele tenerse sin hipótesis adicionales, las cuáles usualmente se establecen en términos de la estructura del atractor.

Una aproximación al problema la constituye un reciente trabajo de Li y Kloeden [2] donde se muestra que la dependencia continua del parámetro es equivalente a una propiedad de equi-atracción de los atractores parametrizados. Estos resultados también se pueden aplicar al caso de ecuaciones con retardo fijo, aunque existe poco escrito sobre ecuaciones en las que el parámetro influye directamente en el retardo y por tanto en el propio espacio de fases.

Bajo condiciones adecuadas de regularidad, en [1] se muestra que la dependencia continua de atractores globales \mathcal{A}_τ de semi-sistemas dinámicos $S^{(\tau)}(t)$ sobre el espacio $C([-\tau, 0]; Z)$ con Z un espacio de Banach y un tiempo de retardo $\tau \in [T_*, T^*]$, donde $T_* > 0$, es equivalente a una propiedad de equi-atracción de los atractores.

Para ello, previamente deberemos:

- sumergir todos los elementos en un espacio común: Si $S^{(\tau)}$ es un semi-sistema dinámico en C_τ , entonces existe un semi-sistema dinámico $\{\widehat{S}_t^{(\tau)}, t \in R_+\}$ en C_{T^*} que lo extiende,
- probar, supuesta la existencia de atractores para los sistemas originales, que los semi-sistemas dinámicos extendidos $\widehat{S}^{(\tau)}$ en C_{T^*} también poseen un atractor global $\widehat{\mathcal{A}}_\tau$ y establecer su relación con los originales \mathcal{A}_τ ,
- para terminar traduciendo las propiedades de equi-atracción y equi-disipación de los sistemas extendidos en términos de los originales.

Se añadirán ejemplos y contraejemplos que ilustran la teoría desarrollada.

Sección en el CEDYA 2007: EDO

Referencias

- [1] P. Kloeden and P. Marín-Rubio, *Equi-Attraction and the continuous dependence of attractors on time delays*, Discrete and Continuous Dynamical Systems, Ser. A, To appear.
- [2] D.S. Li and P.E. Kloeden, *Equi-attraction and the continuous dependence of attractors on parameters*, Glasgow Math. J., **46** (2004), 131–141.