

Simetrías potenciales de un modelo matemático que describe las vibraciones de una viga

M.S. BRUZÓN, J.C. CAMACHO

Dpto. de Matemáticas, Univ. de Cádiz

matematicas.casem@uca.es, josecarlos.camacho@uca.es

Resumen

El comportamiento de las vibraciones del puente Golden Gate de San Francisco motivó a McKenna y otros [7, 8, 9] a estudiar las soluciones “ondas viajeras” de la ecuación de viga no lineal

$$u_{tt} + u_{xxxx} + f(u) = 0. \quad (1)$$

La ecuación (1) describe la propagación de las ondas de flexión que produce una barra rectangular cuando existen pequeñas vibraciones transversales. El eje OX se corresponde con el eje longitudinal de la barra en su posición de equilibrio, x es la coordenada espacial, t la coordenada temporal, $u(x, t)$ mide el desplazamiento transversal y el término $f(u)$ representa el efecto que debe realizar el cable que sostiene la viga para contrarrestar la fuerza de la gravedad.

El método clásico de Lie permite obtener transformaciones por simetrías que reducen el número de variables independientes de una ecuación en derivadas parciales. Motivados por el hecho de que muchas ecuaciones en derivadas parciales admiten reducciones por simetrías que no se obtienen utilizando el método clásico de Lie han surgido muchas generalizaciones de este método:

- En el estudio de las reducciones por simetrías de la ecuación del calor, Bluman y Cole [1] desarrollaron el método no clásico.
- En [2] Bluman y Kumei introdujeron un nuevo método con el fin de encontrar nuevas clases de simetrías para ecuaciones en derivadas parciales escritas en forma conservada: las simetrías potenciales.
- En [5, 6] Gandarias introdujo una nueva clase de simetrías para ecuaciones en derivadas parciales. Estas simetrías son denominadas simetrías potenciales no clásicas y se hallan a partir de las simetrías no clásicas del sistema asociado.

Las simetrías clásicas de (1) fueron estudiadas por Bruzón, Camacho y Ramírez en [3] y las simetrías no clásicas por Camacho y Bruzón en [4]. En este trabajo presentamos un estudio, desde el punto de vista de la teoría de las simetrías potenciales clásicas y no clásicas para ecuaciones en derivadas parciales, del modelo que describe las vibraciones de una viga (1) y comparamos las simetrías potenciales con las simetrías locales halladas en [3, 4].

Sección en el CEDYA 2007: EDP

Referencias

- [1] G.W. Bluman, J.D. Cole, *Similarity methods for differential equations*, Springer, 1974.
- [2] G.W. Bluman, S. Kumei, *Symmetries and differential equations*, Springer, 1989.
- [3] M.S. Bruzón, J. Ramírez, J.C. Camacho, *Modelo de vibraciones de una viga. Reducciones por simetrías*, 3ra. Conferencia Iberoamericana en Sistemas, Cibernética e Informática, 2004, 368-373.
- [4] J.C. Camacho, M.S. Bruzón, *Simetrías no clásicas de un Modelo de vibraciones de viga*, NOLINEAL, 2004.
- [5] M.L. Gandarias, *Simetrías no clásicas y potenciales no clásicas de una ecuación de Fokker-Planck*, XV Congreso de Ecuaciones Diferenciales y Aplicaciones/ V Congreso de Matemática Aplicada, (1997), 435-440.
- [6] M.L. Gandarias, *Centre de Recherche Mathematiques CRM Proceedings and Lecture Notes*, (2000), 285-290.
- [7] A.C. Lazer, P.J. McKenna, *Large Scale Oscillation Behavior in Loaded Asymmetric Systems*. Ann. Inst. H-Poincaré, Analyse Nonlineaire, (1987), 244-274.
- [8] P. J. McKenna, W. Walter, *Nonlinear Oscillation in a Suspension Bridge*, Arch. Rational Mech. Anal., (1987), 167-177.
- [9] P. J. McKenna, W. Walter, *Travelling waves in a suspension bridges*, SIAM J. Applied Mathematics, (1990), 703-715.