Algunos elementos para la construcción de un Método de Multiescala Variacional “a posteriori”.

Antonio Domínguez Delgado, Tomás Chacón Rebollo.

Dpto. de Matemática Aplicada I, Dpto.Ecuaciones Diferenciales y Análisis Numérico.
Universidad de Sevilla

domdel@us.es, chacon@us.es

Resumen

El presente trabajo está dedicado a la resolución de problemas de la Mecánica de Fluidos incompresibles en un contexto de convección dominante. Cuando el Método de Galerkin es utilizado para este tipo de problemas, en situaciones de convección dominante, la aproximación numérica obtenida aparece contaminada por oscilaciones espúreas en zonas de fuertes gradientes de la solución.

En principio esta solución oscilatoria parece no tener relación con la solución continua del problema. Sin embargo, el propósito de este trabajo es presentar una técnica de post-proceso de la misma que permite recuperar otra solución no oscilatoria, y que además es una aproximación de segundo orden de la solución continua.

Caracterizamos el método que presentamos como un método de multiescala variacional a posteriori. La idea básica consiste en descomponer la solución Galerkin obtenida en una componente sobre un espacio de escalas ”bien resueltas”(componente no oscilatoria) y otra sobre un espacio de escalas ”mal resueltas”(componente oscilatoria). En el caso de la ecuación de convección-difusión 1D con coeficientes constantes y Elementos Finitos P1-Lagrange, podemos hacer una elección óptima de ambos espacios en el sentido de que la componente sobre espacio de escalas bien resueltas es la proyección de la solución exacta sobre el mismo.

En el caso evolutivo, es de resaltar que dicho filtrado se realiza solamente en la etapa de tiempo en el que estamos interesados, y no en los anteriores.

Esta técnica multiescala a posteriori se puede extender de manera natural al caso no lineal, proporcionando un método eficaz para la resolución de choques. De nuevo es posible aplicar el filtrado solamente en el instante de tiempo en que estemos interesados, aunque la solución numérica oscile justo hasta ese instante.

El método se ha aplicado al caso de la ecuación de convección difusión, para la cual se recupera la solución exacta. Asimismo se ha utilizado para aproximar las soluciones de la ecuación de Burgers evolutiva con condiciones iniciales discontinuas y estacionaria con solución discontinua, observandose en ambos casos que el método proporciona soluciones estables y precisas.

Sección en el CEDYA 2007: AN

Referencias

[1] F. Clarke, *Optimization and Nonsmooth Analysis*, Wiley-Interscience, 1983.

[2] J. Simon. *Compact sets in Lp(0,T;B)*. Ann. Mat. Pura Appl., sér. IV, CXLVI (1987), 65-96.