Convergencia al equilibrio en un modelo simplificado de angiogenesis

Cristian Morales Rodrigo

Institute of Applied Mathematics and Mechanics,
Faculty of Informatics, Mathematics and Mechanics,
Warsaw University, ul. Banacha 2, 02-097 Warsaw, Poland

cristianmatematicas@yahoo.com

Resumen

En esta comunicación nos ocuparemos del siguiente modelo simplificado de angiogenesis.

$$\begin{cases} u_t = \nabla \cdot (\nabla u - u \nabla w) & \text{en } \Omega \times (0,T) = Q_T, \\ w_t = -uw & \text{en } Q_T, \\ u_\nu - u w_\nu = 0 & \text{sobre } \partial\Omega \times (0,T), \\ u(x,0) = u_0(x) & \text{en } \Omega, \\ w(x,0) = w_0(x) & \text{en } \Omega, \end{cases} \tag{1}$$

donde $\Omega \subset R^N$ es un dominio acotado con frontera, $\partial\Omega$ regular, ν denota el vector normal exterior y $u_0 \geq 0$, $w_0 > a > 0$ son funciones suficientemente regulares. El modelo (**??**) es un caso particular de los considerados originariamente en [**?**]. Posteriormente, en [**?**] se prueba la existencia de solución global regular de (**??**) en el caso 1-dimensional. Más recientemente en [**?**] y [**?**] se aborda el caso $\Omega = R^N$ $(N \geq 2)$ y se prueba la existencia de soluciones globales débiles L^p $(p < \infty)$(dependientes del tiempo) bajo unas condiciones de pequeñez en el dato inicial u_0 si $N \geq 3$.
Nosotros nos concentraremos en el caso $N = 2$ y probaremos existencia de solución global débil L^∞ para datos iniciales grandes. Concretamente,

$$\|u\|_{L^\infty} \leq C(\|u_0\|_{L^\infty}).$$

Tambien probaremos que

$$\lim_{t\to\infty} \|u(\cdot,t) - \overline{u}\|_\infty = 0, \quad \lim_{t\to\infty} \|w(\cdot,t)\|_\infty = 0,$$

donde $\overline{u} = \frac{1}{|\Omega|}\int_\Omega u_0$ y $|\Omega|$ es la medida de Ω. Mas aun, bajo la condición adicional $u_0 > \delta > 0$ entonces

$$\|u(\cdot,t) - \overline{u}\|_\infty \leq C_1 e^{-\alpha_1 t}, \quad \|w(\cdot,t)\|_\infty \leq C_2 e^{-\alpha_2 t}.$$

Las constantes $C_1, C_2, \alpha_1, \alpha_2$ pueden calcularse de manera explícita.

Sección en el CEDYA 2007: EDP

Referencias

[1] L. Corrias, B. Perthame and H. Zaag, *A chemotaxis model motivated by angiogenesis*, C.R. Acad. Sci. Paris, Ser. I 336 (2003) 141-146.

[2] L. Corrias, B. Perthame and H. Zaag, *Global solutions of some chemotaxis and angiogenesis systems in high space dimensions*, Milan J. Math. 72 (2004) 1-28.

[3] M.A. Fontelos, A. Friedman and B. Hu, *Mathematical analysis of a model for the iniation of angiogenesis*, SIAM J. Math. Anal. Appl. 33 (2002) 1330-1355.

[4] A. Friedman and J.I. Tello, *Stability of solutions of chemotaxis equations in reinforced random walks*, J. Math. Anal. Appl. 272 (2002) 138-163.

[5] E.F. Keller and G.M. Odell, *Necessary and sufficient conditions for chemotactic bands*, Math. Biosc. 27 (1975), 309-317.

[6] M. Rascle, *Sur une équation integro-différentielle non linéaire issue de la biologie*, J. Differential Equations 32 (1979) 420-453.

[7] M. Rascle, *On a system of non-linear strongly coupled partial differential equations arising in biology,* Conf. on Ordinary and Partial Differential Equation. Lectures Notes in Math. 846 Everitt and Sleeman eds. Springer-Verlag, New-York, 1980, 290-298.