Una Bifurcación Global de Órbitas periódicas en Sistemas Dinámicos Lineales a Trozos

Javier Ros Padilla, Victoriano Carmona Centeno, Enrique Ponce Núñez

Dpto. de Matemática Aplicada II, Univ. de Sevilla

javieros@us.es, vcarmona@us.es, eponcem@us.es

Resumen

En diferentes dispositivos físicos y electrónicos surge de manera natural el fenómeno de la saturación. Este fenómeno suele modelarse actualmente con funciones lineales a trozos, pues éstas parecen adaptarse de manera más fiel al proceso inherente de saturación (ver, por ejemplo, [4]). Esto se traduce en la necesidad de considerar sistemas dinámicos lineales a trozos para el análisis de los dispositivos. Este es el caso de un circuito en puente de Wien polarizado de forma asimétrica, cuyo comportamiento se rige, después de adecuados cambios de variables, por el sistema lineal a trozos con tres zonas

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T & -1 \\ D & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix} \mathrm{sat}(x_1) + \begin{pmatrix} b \\ c \end{pmatrix}, \tag{1}$$

donde T, D, a, b y c dependen de los valores de las componentes del circuito y sat es la función de saturación normalizada

$$\mathrm{sat}(x_1) = \begin{cases} \mathrm{sign}(x_1) & \text{si} \quad |x_1| > 1, \\ x_1 & \text{si} \quad |x_1| \leqslant 1. \end{cases}$$

En este circuito y en otros similares es de gran importancia analizar su comportamiento periódico (oscilaciones automantenidas). Es decir, desde el punto de vista dinámico, resulta interesante estudiar los ciclos límites del sistema (1).

Presentamos en esta comunicación, en primer lugar, un mecanismo para explicar la aparición de un ciclo límite bizonal para el sistema (1). El estudio de esta conducta bizonal se basa en las denominadas ecuaciones de cierre que permiten dar expresiones para la amplitud y el periodo de la oscilación. Esta técnica ya ha sido explotada con éxito en sistemas planos y tridimensionales simétricos y en sistemas bizonales tridimensionales (véanse [1], [2] y [3]).

En segundo lugar, mostramos, modificando el valor de una resistencia en el circuito, la continuación del ciclo límite bizonal cuando ocupa las tres zonas de linealidad. Ahora, las expresiones de amplitud y periodo anteriores dejan de tener sentido aunque el ciclo límite continúa existiendo hasta un determinado valor de la resistencia. En ese momento, el ciclo límite desaparece, debido a una bifurcación de carácter global que ocurre cuando el único punto de equilibrio del sistema (1) está sobre una de las líneas de separación entre las diferentes regiones lineales. Para este valor de la resistencia, el punto de equilibrio es globalmente atractivo, no estable, y el sistema posee un continuo de homoclinas, lo que explica la desaparición del ciclo límite con amplitud finita y periodo infinito.

Sección en el CEDYA 2007: EDO

Referencias

[1] Carmona, V., Freire, E., Ponce, E., Ros, J. & F. Torres, *Limit cycle bifurcation in 3D continuous piecewise linear systems with two zones: application to Chua's circuit*, International Journal of Bifurcation and Chaos, **15**, (2005), 3153–3164.

[2] Freire, E., Ponce E. & Ros,. J. *Limit cycle bifurcation from a center in symmetric piecewise linear systems*, International Journal of Bifurcation and Chaos, **9**, (1999), 895–907.

[3] Freire, E., Ponce E. & Ros,. J. *The Focus-Center-Limit Cycle Bifurcation in Symmetric 3D Piecewise Linear Systems*, Siam Journal of Applied Mathematics **65**. (2005), 1933–1951.

[4] Kriegsmann, G.A. *The rapid bifurcation of the Wien bridge oscillator*, IEEE Trans. Circuit Syst., **34**, (1987), 1093–1096.