Un problema de control en los coeficientes para la ecuación de ondas con un actuador

F. Maestre, P. Pedregal

Dpto. de Matemáticas, Univ. de Castilla-La Mancha

Faustino.Maestre@uclm.es, Pablo.Pedregal@uclm.es

A.Münch

Laboratoire de Mathématique de Besancon , Univ. de Franche-Comte

arnaud.munch@univ-fcomte.fr

http://matematicas.uclm.es/omeva

Resumen

Para proponer una comunicación al CEDYA 2007:

Analizaremos un problema de diseño óptimo bidimensional gobernado por una ecuación de ondas con un actuador. El problema consiste en encontrar de forma simultanea la distribución espacio-temporal de dos materiales isotrópicos (asociado al diseño $\chi_{\omega 1}(t,x)$) junto a la posición estática del actuador (asociado al diseño $\chi_{\omega 2}(x)$). El problema consiste en minimizar

$$(P) \quad \min_{\mathcal{X}_{\omega_1},\mathcal{X}_{\omega_2}} I(\mathcal{X}_{\omega_1},\mathcal{X}_{\omega_2}) = \int_0^T\int_\Omega (u_t^2 + a(t,x,\mathcal{X}_{\omega_1})|\nabla u|^2)dxdt \tag{1}$$

sujeto a:

$$\begin{array}{ll} u_{tt} - div([\alpha\mathcal{X}_{\omega_1} + \beta(1-\mathcal{X}_{\omega_1})]\nabla u) + d(x)\mathcal{X}_{\omega_2}u_t = 0 & \text{in} \quad (0,T)\times\Omega, \\ u = 0 & \text{on} \quad (0,T)\times\partial\Omega, \\ u(0,x) = u_0(x),\ u_t(0,x) = u_1(x) & \text{in} \quad \Omega, \end{array} \tag{2}$$

$$\begin{array}{l} \mathcal{X}_{\omega_1} \in L^\infty(\Omega\times(0,T);\{0,1\}), \quad \mathcal{X}_{\omega_2} \in L^\infty(\Omega;\{0,1\}), \\ \displaystyle\int_\Omega \mathcal{X}_{\omega_1}(t,x)dx \le L_\alpha|\Omega|, \quad \forall t\in(0,T), \quad L_\alpha \in (0,1), \\ \displaystyle\int_\Omega \mathcal{X}_{\omega_2}(x)dx \le L_d|\Omega|, \quad L_d \in (0,1). \end{array} \tag{3}$$

La falta de soluciones clásicas de estos problemas es conocidas ([5]), por tanto nuestro trabajo consistirá en analizar una apropiada relajación del problema (P), la cual la llevaremos a cabo mendiante el uso de medidas de Young, las cuales nos proporcionan las microestructuras óptimas (laminados) para ambos diseños.

Sección en el CEDYA 2007: Control y Optimización

Referencias

[1] Allaire, G., *Shape optimization by the homogenization method*, Springer, (2002).

[2] Lurie, K., *Some new advances in the theory of dynamic materials*, Journal of Elasticity, **72**, (2003) 229-239.

[3] Maestre, F., Münch, A. and Pedregal, P., *Optimal design under the one-dimensional wave equation.* Submitted.

[4] Münch, A., Pedregal P. and Periago, F., *Optimal design of the damping set for the stabilization of the wave equation*, Journal of Differential Equations, **231(1)**, (2006) 331-358. Serie **4** 112, (1977) 49-68.

[5] Murat, F. *Contre-exemples pour divers problèmes où le contrôle intervient dans les coefficients*, Ann. Mat. Pura e Appl.