Análisis numérico de soluciones autosemejantes de un flujo dispersivo de curvas planas

Francisco de la Hoz

Dpto. de Matemática Aplicada y Estadística e Investigación Operativa
Universidad del País Vasco - Euskal Herriko Unibertsitatea

francisco.delahoz@ehu.es

Resumen

En [1], Perelman y Vega estudian un flujo geométrico reversible en el tiempo de curvas planas que puede desarrollar singularidades en tiempo finito. Dicho flujo está definido por

$$\begin{cases} z_t = -z_{sss} + \dfrac{3}{2}\bar{z}_s z_{ss}^2, & z(s,t) \in \mathbb{C}, \quad (s,t) \in \mathbb{R}^2, \\ |z_s|^2 = 1. \end{cases} \tag{1}$$

donde s es el parámetro de arco. Denotando por $k(s,t)$ la curvatura de $z(s,t)$, esta satisface la KdV modificada

$$k_t + k_{sss} + \frac{3}{2}k^2 k_s = 0. \tag{2}$$

Perelman y Vega consideran soluciones autosemejantes de la mKdV de la forma

$$k(s,t) = \frac{2}{(3t)^{1/3}} u\left(\frac{s}{(3t)^{1/3}}\right), \qquad t > 0; \tag{3}$$

lo cual conduce a estudiar la EDO

$$u_{xx} - xu + 2u^3 = \mu, \qquad x \in \mathbb{R}, \quad \mu \in \mathbb{R}. \tag{4}$$

Consideraremos $\mu = 0$. Aunque necesitamos dos condiciones iniciales, $u(0)$ y $u_x(0)$, para resolver (4), si imponemos

$$\lim_{x\to\infty} u(x) = 0,$$

los datos iniciales para (4) forman una familia uniparamétrica, que obtendremos numéricamente, mediante un método de tiro. Posteriormente, daremos evidencia numérica de que las soluciones de (4) correspondientes satisfacen

$$-\frac{\pi}{2} \le \int_{-\infty}^{\infty} u(x)dx \le \frac{\pi}{2}. \tag{5}$$

Deshaciendo los cambios, en $t = 1$, a cada u le corresponde un dato inicial z de (1). Considerando datos iniciales sin intersecciones, mostraremos numéricamente su evolución, así como la formación de una singularidad en $t = 0$.

Sección en el CEDYA 2007: AN

Referencias

[1] G. Perelman, L. Vega, *Self-similar planar curves related to modified Korteweg-de Vries equation.* Submitted.