

Estimativos del error a posteriori para problemas de valores iniciales no lineales en el contexto de los espacios de Banach y los semigrupos

E. CUESTA, CH. MAKRIDAKIS

Dpto. de Matemática Aplicada, Univ. de Valladolid y
Department of Applied Mathematics, University of Crete (Grece)

eduardo@mat.uva.es, makr@tem.ouc.gr

Resumen

Se considera un problema de valores iniciales abstracto

$$u' = F(u), \quad u(0) = u_0, \quad (1)$$

donde $F : \mathcal{B} \subset X \rightarrow X$, X es un espacio de Banach complejo, $\mathcal{B} \subset X$ es un conjunto abierto y $u_0 \in X$.

El problema (1) es discretizado por medio del método de Euler para el que un análisis a priori del error ya fue llevado a cabo en el contexto de los semigrupos y los espacios de Banach en [2].

Pues bien, en este trabajo (ver [1]) se presentan estimativos del error para el método de Euler pero en el contexto de los estimativos a posteriori, lo que viene a significar que dichos estimativos están dados en términos de constantes que son conocidas o calculables en la práctica.

Un marco funcional que ha resultado ser apropiado para la obtención de estos estimativos en el contexto de los semigrupos y los espacios de Banach es de la regularidad maximal (optimal) para el problema linealizado (ver [3]). En dicho contexto se hace uso de técnicas de punto fijo para la existencia de soluciones y bajo hipótesis que no resultan ser más exigentes que las que garantizan la propia existencia de solución para (1) se obtienen nuestros estimativos.

Hay que destacar que los estimativos que aquí se presentan son locales pero válidos en todo el intervalo de existencia de solución para el problema (1), es decir no se requieren restricciones adicionales sobre el intervalo de aplicabilidad más que las propias asociadas a la existencia de solución del problema (1).

Por último, señalar que estos resultados son válidos para una amplia clase de problemas no lineales con las ventajas y las limitaciones que ello conlleva. Parece claro por ello que para ecuaciones en derivadas parciales concretas en las que las técnicas de punto fijo puedan aplicarse habrá que aprovechar las particularidades de la ecuación para, por ejemplo, conseguir que las soluciones y los estimativos existan en todo el intervalo o al menos en intervalos maximales.

Sección en el CEDYA 2007: AN

Referencias

- [1] E. Cuesta and Ch. Makridakis, *A posteriori error estimates and maximal regularity for approximations of fully nonlinear parabolic problems in Banach spaces*, (submitted to Numerische Mathematik).
- [2] C. González and A. Ostermann and C. Palencia and M. Thalhammer, *Backward Euler discretization of fully nonlinear parabolic problems*. Math. Comp. 71 (2002), 125-145.
- [3] A. Lunardi, *Analytic Semigroups and Optimal Regularity in Parabolic Problems*. Birkhäuser, Basel, 1995.