Transformadas de Dunkl y teoremas de muestreo

Juan Luis Varona

Dpto. Matemáticas y Computación, Univ. de La Rioja, Logroño

jvarona@unirioja.es

Resumen

Sea $\alpha \geq -1/2$ (aunque muchas cosas se pueden extender hasta $\alpha > -1$). Para funciones adecuadas, la transformada de Dunkl sobre la recta real se define como

$$\mathcal{F}_\alpha(f,y) = \int_{\mathbf{R}} E_\alpha(-ixy) f(x)\, d\mu_\alpha(x), \qquad y \in \mathbf{R},$$

donde $d\mu_\alpha$ es la medida

$$d\mu_\alpha(x) = \frac{1}{2^{\alpha+1}\Gamma(\alpha+1)} |x|^{2\alpha+1}\, dx$$

y E_α denota cierta función que se expresa en términos de las funciones de Bessel. Cuando $\alpha = -1/2$, $E_{-1/2}(z) = e^z$ y $\mathcal{F}_{-1/2}$ es la transformada de Fourier.

El primero que usó la transformada que ahora se denomina de Dunkl fue Roosenraad en su tesis doctoral [6], escrita bajo la dirección de Richard Askey, aunque aparentemente pasó desapercibida. Pero, desde que Dunkl [4] la reintrodujo en 1989, muchos investigadores se han ocupado de estudiar sus propiedades, intentado adaptar a un contexto más amplio todo tipo de resultados ya conocidos sobre la transformada de Fourier. Véanse, por ejemplo, los recientes artículos [1, 2, 5, 7, 8, 9].

Aquí, siguiendo [3], presentamos un teorema de muestreo relacionado con la transformada de Dunkl. En el caso $\alpha = -1/2$, dicho teorema se reduce al teorema de Whittaker-Shannon-Kotel'nikov clásico.

(En colaboración con Oscar Ciaurri.)

Referencias

[1] N. B. Andersen y M. de Jeu, *Elementary proofs of Paley-Wiener theorems for the Dunkl transform on the real line*, Int. Math. Res. Not. **30** (2005), 1817–1831.

[2] J. J. Betancor, Ó. Ciaurri y J. L. Varona, *The multiplier of the interval* $[-1,1]$ *for the Dunkl transform on the real line*, J. Funct. Anal. **242** (2007), 327-336.

[3] Ó. Ciaurri y J. L. Varona, *A Whittaker-Shannon-Kotel'nikov sampling theorem related to the Dunkl transform*, Proc. Amer. Math. Soc., por aparecer.

[4] C. F. Dunkl, *Differential-difference operators associated with reflections groups*, Trans. Amer. Math. Soc. **311** (1989), 167–183.

[5] M. F. E. de Jeu, *The Dunkl transform*, Invent. Math. **113** (1993), 147–162.

[6] C. T. Roosenraad, "Inequalities with orthogonal polynomials", Tesis doctoral, University of Wisconsin-Madison, 1969.

[7] M. Rösler, *An uncertainty principle for the Dunkl transform*, Bull. Austral. Math. Soc. **59** (1999), 353–360.

[8] F. Soltani, *Littlewood-Paley operators associated with the Dunkl operator on* $\mathbf{R}$, J. Funct. Anal. **221** (2005), 205–225.

[9] K. Trimèche, *Paley-Wiener theorems for the Dunkl transform and Dunkl translation operators*, Integral Transforms Spec. Funct. **13** (2002), 17–38.