SESIÓN 2
DYNAMICS AND BIFURCATION IN PIECEWISE SMOOTH SYSTEMS

ORGANIZADOR: Enrique Ponce

Dpto. Matemática Aplicada II, Univ. de Sevilla

eponcem@us.es

Smooth and non-smooth bifurcation curves in power electronic converters

Tere M-Seara

Dpto. Matemática Aplicada I, Univ. Politécnica de Cataluña

Tere.M-Seara@upc.edu

Resumen

In this talk we present an analytical study of some bifurcations in power electronic converters controlled by the so called ZAD (zero-average dynamics) strategy. The ZAD strategy sets the duty cycle, d (the length of time the input voltage is applied across an inductance), by ensuring that, on average, a function of the state variables is always zero. The two control parameters are a reference voltage that the circuit is required to follow, and a time constant which controls the approach to the zero average.

We prove a general result about non autonomous periodic linear non-smooth systems that allows us to compute analytically the steady state of the problem and some of its bifurcations.

We calculate curves in parameter space at which this T-periodic solution undergoes a period doubling and a corner collision bifurcations, the latter occurring when the duty cycle saturates and is unable to switch. We also show the presence of a codimension two bifurcation in this system when a corner collision bifurcation and a saddle node bifurcation collide, to produce stable unsaturated 2T-periodic solutions which can be obtained either in the presence or absence of the stable T-periodic one.

(In collaboration with E. Fossas and S. J. Hogan.)

Complementarity systems: an introduction

Enric Fossas

Dpto. Matemática Aplicada I, Univ. Politécnica de Cataluña

enric.fossas@upc.edu

Resumen

In this talk we study some characteristics of the dynamical behavior of switched power converters in the framework of linear complementarity systems (LCS). LCS are obtained as follows. Take a standard linear system, select a number of input/output pairs (u_i, y_i) and impose for each of these pairs that at each time t both $u_i(t)$ and $y_i(t)$ must be nonnegative, and at least one of them should be zero (positiveness + orthogonality). These are called the “complementarity conditions” (CC) and the pairs (u_i, y_i) are called “complementarity variables”. These CC are well-known in mathematical programming, although not usually in combination with differential equations. In the

context of electrical circuits, imposing complementarity conditions simply means that some ports are terminated by ideal diodes, with the current i_D and (minus) the voltage $-v_D$ as complementarity variables. Associated to each complementarity pair (u_i, y_i) there are two general situations allowed by the CC: either $u_i = 0$ and $y_i > 0$ or $u_i > 0$ and $y_i = 0$. In electrical engineering terminology, diodes may be blocking or conducting. If there are p diodes, one has $2p$ of these binary choices and the system can be in any of $2p$ so-called "modes". For power converters one has, in addition to (ideal) diodes, some (ideal) switches which are arbitrarily closed or open by a control law. Ideal switches do not dissipate or store power, and hence the product of current and voltage for any of them is zero, $i_S v_S = 0$. This resembles part of a CC; however one does not have, in general, a positiveness condition in this case (although some physical realizations of the switch may impose some kind of partial positiveness). The talk is devoted to an introduction to the theory of Complementarity Dynamical Systems. Basic results will be reviewed and applied to examples coming from electrical engineering.

(In collaboration with C. Batlle.)

Bifurcación silla-nodo de conos invariantes vía bifurcación foco-centro-ciclo límite

<u>Victoriano Carmona</u>
Dpto. Matemática Aplicada II, Univ. de Sevilla
vcarmona@us.es

Resumen

Los sistemas lineales a trozos se utilizan en diferentes disciplinas científicas para modelar una amplia gama de procesos y dispositivos. Dentro de estos sistemas, tienen especial relevancia los sistemas continuos que muestran dos zonas de linealidad y el origen se encuentra en la frontera que separa dichas zonas. Una primera tarea en el estudio de estos sistema es la determinación del tipo topológico y estabilidad del origen. La estabilidad del origen suele garantizarse determinando funciones de Liapunov, generalmente cuadráticas. La búsqueda de funciones de Liapunov no es una tarea sencilla y además, es bien sabido que la existencia de una función cuadrática de Liapunov no es una condición necesaria de estabilidad. Por lo tanto, resulta necesario el empleo de otras técnicas para garantizar la estabilidad del equilibrio.

Mientras en el caso bidimensional la estabilidad del origen está perfectamente establecida, cuando el sistema no es plano el estudio de la estabilidad del origen no es un problema trivial. Para sistemas en dimensión tres la estabilidad del origen está íntimamente relacionada con la presencia de conos invariantes en el sistema. De hecho, la ausencia de estas superficies invariantes garantiza la estabilidad del origen cuando los autovalores reales de las matrices del sistema tienen parte real negativa. Por el contrario, la presencia de al menos un cono invariante complica fuertemente el estudio de la estabilidad, pues, incluso cuando las dos matrices del sistema son Hurwitz (sus autovalores están en el semiplano izquierdo), el origen puede ser, tal y como se ha demostrado recientemente, inestable.

Por consiguiente, resulta sumamente interesante estudiar la existencia de conos invariantes en el sistema para poder establecer conjuntos abiertos en el espacio de parámetros que garanticen la estabilidad del origen. En resultados previos se demostraba que a lo sumo pueden aparecer dos conos invariantes aislados, y se conjeturaba la existencia de una bifurcación silla-nodo de los mismos.

En esta charla mostraremos que los conos invariantes en el sistema tridimensional se relacionan de forma biunívoca con las órbitas periódicas de ciertos sistemas planos cuadráticos a trozos con dos zonas. Es más, un adecuado cambio de variable permitirá describir los sistemas cuadráticos a trozos como sistemas lineales a trozos con dos zonas no homogéneos y discontinuos. Esta relación entreconos invariantes y órbitas periódicas nos permitirá, entre otros resultados, probar la existencia de la bifurcación silla-nodo conjeturada, obteniendo la expresión analítica que deben satisfacer los parámetros del sistema en esta bifurcación.

(En colaboración con E. Freire, E. Ponce, J. Ros y F. Torres.)