Olas, surfeo y libre transporte

Manuel García Velarde[I] y Pablo Díaz Espinosa[II]

Ofrecemos (en el presente texto y con su material adicional en red) una sucinta descripción de diversos aspectos de ondas y olas de surfeo, solitarias y gigantes, ilustrando la posibilidad de "libre transporte" que algunas ofrecen. También comentamos sobre el catastrófico efecto que otras pueden y llegan a tener. Considerando que la ciencia es parte de la cultura, la somera descripción físico matemática se sazona con algunos detalles históricos y geográficos.

1. Apuntes histórico geográficos

Entre la multitud de ondas presentes en nuestra realidad, existen algunas que, en virtud de sus rangos de amplitud, frecuencia y velocidad, y las propiedades del medio por el que se propagan, pueden llegar a ser "habitadas" por el hombre y una variedad de animales. Olas formadas en el mar y en algunos ríos nos ofrecen la oportunidad de experimentar un extraordinario estado de libre transporte que denominamos surfeo (del inglés, *surfing;* dejamos de lado el *windsurfing,* surfeo con vela y la navegación con vela).

Quizá haya dudas sobre la procedencia de los primeros pobladores de la Polinesia (de Asia o de América del Sur). Pero lo que está claro es que su inteligencia les llevó a beneficiarse de las olas y corrientes marinas para sobrevivir, viajar y dispersarse por otros lugares. Comunicaron lo aprendido a sus descendientes, no por lenguaje escrito, que no tenían, sino mediante rompecabezas *(mattang)* hechos de cañas de bambú. Es allí donde quizá empezó el primer surfeo y, digamos, libre transporte *(free ride)* de pescadores que usarían las olas apropiadas para acercarse a los arrecifes de coral y después volver a la playa de partida. Eso hace casi veinte siglos. Aunque, ¿fueron acaso, muy anteriormente —varios siglos antes—, pescadores peruanos los primeros en surfear para pescar? Quizá también les precedieron los chinos, pues hace muchos siglos usaban el macareo[1] de algunos ríos. De otro modo, resalto o salto hidráulico que se propaga a contracorriente que, en chino, es *chau;* en portugués-brasileño, *pororoca*; en inglés, *bore,* y en francés, *mascaret*. El resalto, sobre un metro horizontal cabe que suba varios metros, puede ser consecuencia no sólo de la entrada profunda de la marea en un río sino de la invasión por un *tsunami*. Aquélla es la respuesta gravitatoria del mar a la acción de la Luna y del Sol, a lo largo y ancho del globo terráqueo, de varios kilómetros de longitud de onda hasta la mitad del diámetro terrestre —entre marea alta-cresta y marea baja-valle—, y éste (estricta y originalmente palabra japonesa que designa olas en puerto) es generado por una dislocación del fondo marino, debido a un maremoto, una erupción volcánica, un fenómeno meteorológico extraordinario, como la *rissaga* de las islas Baleares, o por el oleaje de una enorme tormenta. Tal fue y sigue siendo el caso del Chien Tang/Tsien Tang/Qiangtang, que se usaba para transportarse desde su desembocadura en Huangzhou (predilecto lugar del *Lung Ching*, dragón del té verde de hoja larga) a velocidades que alcanzan los veinte o treinta kilómetros por hora en trayectos que se alargan desde las dos hasta las cuatro horas (contracorriente con el macareo y cauce abajo con la natural bajada al mar del río; colocaban los juncos en flancos sobreelevados en la ribera y a la llegada del macareo los lanzaban sobre el resalto; hay referencias de ello desde el siglo IV a. C.). Lo segundo parece obvio, pero lo primero demandó la sabiduría de cómo usar el macareo. Hay peces, delfines, leones marinos, focas, tortugas, pingüinos… que usan el surfeo para alimentarse, aprovechándose del mezclado turbulento inducido por olas u ondas internas en los mares y quizá como diversión.

Cuándo el surfeo (en hawaiano, *he'enalu*; donde *he* alude a corriente líquida y *enalu* a algo como olas) pasó de ser una necesidad a un deporte es algo difícil de precisar y quizá irrelevante. Al igual que en otras actividades humanas con

Fig. 1. Río Severn (Inglaterra), cerca de Gloucester, fluyendo de derecha a izquierda. Macareo ondulado con varias crestas/olas, altas de metro o más, que, yendo aguas arriba, a contracorriente, de izquierda a derecha, llega a alcanzar 10-20 km/h. En ocasiones puede ser plano a ambos lados del frente (casi un salto de Heaviside o una tangente hiperbólica), o exhibir turbulencia en la zona del frente y de la ondulación. En otros ríos, como el Araguari (Amazonas, Brasil), se han fotografiado hasta 20 crestas perfectas; véase la figura 7(b). Más adelante volveremos sobre la teoría del macareo. Se surfea —libre transporte— sobre la cara frontal del resalto.

1 Según el *Diccionario de la Real Academia Española, macareo:* "intumescencia grande que en la desembocadura de ciertos ríos, y rompiendo con estrépito y velocidad extraordinaria cauce arriba, levanta las aguas del mar durante las mareas más vivas".

I Instituto Pluridisciplinar de la Universidad Complutense de Madrid, paseo Juan XXIII 1, 28040 Madrid / Fundación Universidad Alfonso X el Sabio, avda. Universidad 1, 28691 Villanueva de la Cañada (Madrid), mgvelarde@uax.es / mgvelarde@pluri.ucm.es, http://www.ucm.es/info/fluidos

II Arquitecto y surfero con sede en Asturias, diazespinosa@hotmail.com

algún beneficio, como si de un privilegio se tratara, empezó habiendo playas reservadas para los líderes religiosos y políticos, la clase dominante, y otras para el pueblo llano. Tampoco es de extrañar que, cuando a principios del siglo XIX llegaron los primeros cristianos con una religión ajena a la local, el surfeo fuese prohibido por los misioneros por considerarlo un acto de paganismo con connotación mágico-religiosa (los *kahuna*, especie de hechiceros o sacerdotes, realizaban ritos para pedir a los dioses apropiadas olas o coraje para los surferos). Quizá el primer documento sobre el surfeo en playa (Kealakekua) es del capitán J. Cook que, con su barco *Resolution,* hacia 1770 andaba explorando las islas Sandwich (Hawái). También describió el surfeo, visto unos pocos años más tarde, 1777, en Tahití (Matavi Point). El surfeo en río fue descrito en 1888 por el capitán W. U. Moore que, con su barco *Rambler,* exploraba el río chino antes mencionado. Referencias, directa o indirectamente relacionadas con el texto impreso, aparecen detalladas en el texto adicional en red.

Se dice que fue con el inicio del siglo XX cuando en Waikiki surgió la era reciente del surfeo y la actividad desarrollada por los hawaianos se extendió por el mundo entero. Hacia 1885, de Hawái pasó a la costa californiana gracias a tres aristocráticos hermanos polinesios, E., D. y C. Kawananakoa, quienes —en sus escolares ratos libres— surfearon en la desembocadura del río San Lorenzo, cerca de Santa Cruz. En 1896 ya había un periódico con el nombre *The Daily Surf*. También se menciona a G. Freeth, hijo de marinero irlandés y de madre hawaiana. Su tabla está en el museo Bishop de Honolulú. Después, hacia 1915, el surfeo pasó a Australia gracias a D. Kahanamoku. Y luego a Sudáfrica, Japón y Nueva Zelanda. En Europa se cita a J. Dix como primer surfero en Cornualles, en 1937, con una plancha prestada por amigos hawaianos (aunque J. M. (Bill) Bailey —nacido en 1933— es considerado el "padre" del surfeo en las islas Británicas). Desde California, en vaivén con Australia, y el cine de Hollywood haciendo de amplificador, acabó llegando al mundo entero (recordemos míticas películas como *The Endless Summer I*, 1966, y *II*, 1994, de Bruce Brown y colaboradores, y su precedente *Slippery when wet*, 1957, y otras como *Big Wednesday [El gran miércoles],* de John Milius, 1978, *Step into liquid* de Dana Brown, hijo de Bruce, 2003, y la reciente *Storm surfers* —en 3D— de Justin M. Millan y Chris Nelius, 2013, con Ross Clarke-Jones y Tom Carroll, entre otros). Varios franceses, entre ellos, J. de Rosnay, en 1956, surfearon en Biarritz aprovechando planchas prestadas por el guionista P. Viertel que rodaba *The Sun also rises [Fiesta]*, 1957, dirigida por H. King. En España el primer surfero censado es J. Fiochi, quien en 1963 surfeó en la playa de El Sardinero (Santander). Aunque el surfeo en playas o costas es más popular y espectacular y damos aquí —como en el material suplementario en la Red— fe de su importancia, en este trabajo estamos más interesados en hablar del surfeo como posibilidad de navegación y libre transporte tanto en mar abierta como en ríos.

2. Generación de olas y rompientes

En todo momento, parte de la energía solar que llega a la Tierra es transmitida a la atmósfera y, desde ésta, al mar, a través de sistemas de bajas presiones y sus vientos asociados, viajando en ocasiones durante centenares o miles de kilómetros hasta alcanzar una línea de costa. Por ejemplo, las costas del este de América en el Pacífico norte llegan a recibir olas generadas a más de veinte mil kilómetros en el hemisferio sur. Las olas son la respuesta que hace la superficie deformable del agua cuando la tensión superficial y la gravedad tratan de restaurar el perfil original de equilibrio equipotencial perturbado por fuerzas de presión debidas, por ejemplo, al viento. En el primer caso hablamos de ondas milimétricas y en el segundo pueden ir de centímetros a kilometros o a mucho más de longitud de onda. Las características de las olas, amplitud y longitud de onda, suelen crecer con la duración de la acción del viento en un largo recorrido *(fetch).* Conviene precisar que entre las olas están las estacionarias y viajeras, "oscilatorias" (transversas) y translaticias. Las oscilatorias son periódicas con movimientos, horizontal y vertical, como un punto recorriendo una circunferencia con un ligero desplazamiento del agua (deriva de Stokes como el cuadrado de su radio) despreciable en una primera aproximación. Las translaticias, muchas de diverso origen, con o sin viento, provocan un significativo desplazamiento del agua en la dirección de propagación, y suelen ser más frecuentes en aguas "someras" (concepto cuya "técnica" definición damos más adelante en apropiado contexto). En tal caso, la componente vertical de la velocidad se desprecia frente a la componente horizontal. Son las que aquí más nos interesan. Todas cabe describirlas mediante las ecuaciones de evolución tanto para el aire como el mar, y que son la de continuidad (conservación de la masa), las de Navier-Stokes (despreciando el papel de la viscosidad se denominan de Euler y son generalmente las usadas para el estudio de las ondas porque a su escala, particularmente temporal, los efectos de viscosidad no son significativos), la de difusión (salinidad) y la del calor (balance energético: producción, conservación y disipación de la energía). Esas ecuaciones precisan satisfacerse a uno y otro lado de la superficie del mar y en ésta demandan condiciones de empalme, dichas de contorno (por ser las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales). A lo largo de la superficie del agua las velocidades coinciden de una y otra parte, a menos que haya dos corrientes distintas con discontinuidad en su velocidad, lo que daría lugar a olas genuinas de esa discontinuidad (inestabilidad de Kelvin-Helmholtz). Simplificando, de ellas se deduce el teorema de Bernoulli, que fácilmente nos lleva a la descripción de las ondas y olas. Aquí iremos por una ruta aún más sencilla considerando lo que ocurre en la superficie del mar por partes. Fijándonos únicamente en lo que ocurre perpendicularmente a la superficie del agua reducida a una línea horizontal, la diferencia de presiones, p, en torno a un punto de una zona curvada vale $|p_{aire} - p_{agua}| = \sigma\kappa$ (recuérdese la ley de Laplace para las gotas líquidas en aire). El parámetro σ es la tensión superficial del agua y κ es la curvatura de la línea (superficie). La presión en la zona cóncava es mayor que en la convexa. Con la gravedad, de aceleración g, una deformación de la superficie ζ de valor máximo d sobre el perfil equipotencial original implica variación de la presión hidrostática de valor $(\rho_{agua} - \rho_{aire})gd$. En ambos casos, la superficie del mar hace de pandero vibrante, cuya oscilación puede asimilarse a la que hace un péndulo cuando se levanta la lenteja por encima de su equilibrio en la posición más baja. Claramente las olas

ocurren porque el aire es menos denso que el agua. Como la razón entre la densidad del aire y del agua es de uno por mil, se puede despreciar la densidad de aquél frente a la de ésta en el factor de la presión hidrostática vertical. La forzada deformación de la superficie conlleva energía potencial, que al relajarse produce energía cinética, la energía que da las olas como movimiento, por lo que no es preciso fricción alguna entre atmósfera y mar para que haya olas. A lo largo de la superficie, siendo η la viscosidad *dinámica* o de cizalla que controla el intercambio de momento (velocidad) entre el aire y el mar, se tiene que $\eta_{aire}(u_z)_{aire} = \eta_{agua}(u_z)_{agua}$, donde el subíndice indica derivación de la velocidad paralela a la superficie, u en la dirección x, con respecto a la normal en la dirección z, o sea el gradiente vertical de la velocidad horizontal. En las mismas unidades el aire tiene $\eta_{aire} = 10^{-4}\eta_{agua}$, por lo que siendo su razón de uno por diez mil se puede despreciar el papel tangencial, o sea la tensión cortante del viento. Ahora bien, si de remolinos se tratase, o sea del torbellino o vorticidad (rotacional de la velocidad), nótese que es la viscosidad *cinemática* $\nu = \eta/\rho$ la que controla su difusión, siendo $\nu_{aire} >> \nu_{agua}$. Como otra curiosidad, sépase también que un oleaje suave o mar de fondo y, sobre todo, un *tsunami* desde su inicio puede llevar, en primera aproximación, uno o varios centenares de kilovatios por metro de frente, o sea que mueve una enorme energía a lo largo y ancho del océano hasta su arribo a una playa, puerto o río. De ahí que podamos, en la playa, ver un mar bravío, o sea olas grandes, un día sin viento.

Para empezar podemos imaginar que las olas sean armónicas, modos de Fourier espacio-temporales, $\exp[i(kx-\omega t)]$, yendo de izquierda a derecha con una relación de dispersión $\omega = \omega(k)$. Como con las oscilaciones lineales del péndulo cabe definir una frecuencia angular o número de ondas por unidad de tiempo/segundo $\omega = 2\pi/T$, siendo T su periodo. Es $\omega^2 = \sigma\kappa^3/\rho$ (obviamos el subíndice "agua" y la escribimos para ondas en ambos sentidos) para las capilares, y $\omega^2 = gk$, para las gravitatorias, o la combinación aditiva de ambas. El parámetro $k = 2\pi/L$ es el número de ondas/crestas por unidad de longitud/m y L es la longitud de onda. Si igualamos las frecuencias, lo que corresponde a equilibrar el balance de la fuerza capilar con la fuerza gravitatoria, vemos que las capilares dominan en longitudes inferiores (centímetros, como mucho) a las de las gravitatorias (de centímetros para arriba). Notemos que cuando sopla el viento sobre la superficie del mar sólo empiezan a formarse olitas a partir de un umbral de velocidad de veintitantos centímetros por segundo. De forma más completa se demuestra que para aguas de profundidad h, arbitraria pero finita, $\omega^2 = (gk + \sigma\kappa^3/\rho)\tanh(kh)$. Al desaparecer la tangente hiperbólica recuperamos las expresiones antes dadas. Dejando de lado la tensión superficial, resulta que como $\omega^2 = c^2k^2$ da la velocidad (de fase, se dice también celeridad), entonces cuando $h << L$ es $c^2 = gh$, mientras que si $h >> L$ es $c^2 = gL/2\pi$. Es decir que, en el ~~segundo~~ caso, manda la longitud de onda (se habla aguas "someras" con ondas sin dispersión) y, en el ~~primero~~, manda la profundidad del agua (son dispersivas pues su velocidad depende de la longitud, que en la luz es el color, salvo que en este último caso, contrariamente a las olas, la luz roja, más larga, normalmente viaja más despacio que la azul, más corta, como se aprecia en el arcoíris; se habla de aguas "profundas"). Es irónico (y quizá antiintuitivo, si nos limitamos al lenguaje corriente) que en el caso de los *tsunami* (como ola de metro de altura por centenares de kilómetros de largo, marchando a casi mil kilómetros por hora, en mares de algunos kilómetros de profundidad; 360 km/h para h = 1 km o 720 km/h si h = 4 km) tengamos matemáticamente ondas en aguas "someras", mientras que en el segundo hablemos de aguas "profundas" con las ondas capilares (< cm), observables tirando una piedra en un estanque hondo de bastante menos de metro. Ya distinguir unas de otras supone irse a dos extremos de aproximación aún para olas armónicas. Más compleja es la cuestión cuando las olas no admiten ser descritas linealmente; los *tsunami* son tal caso como los macareos y otras olas, incluso el surfeo, ya mencionados, para cuyo estudio precisamos delimitar la amplitud, A, relativa a la longitud L y/o a la profundidad h, y el valor de h relativo a L. El parámetro $\varepsilon = A/L$ [a veces $A/(L/2)$] delimita la relativa amplitud, la no linealidad por la pendiente (peralte, en inglés, *steepness*; en francés, *cambrure*; por ejemplo, $\varepsilon = 0.1$ corresponde aproximadamente a una pendiente de $\alpha = 11$ grados con $\tan\alpha = 2\varepsilon$). Mientras ε no sea "grande" podemos prescindir de considerar el torbellino/la vorticidad en la descripción de las olas. Más adelante usaremos $\varepsilon = A/h$ en vez de la razón antes dada. Por otro lado, se puede demostrar que $\delta = h/L$ permite estimar el papel de la dispersión, ya que la primera corrección incluyendo k va al cuadrado en la expresión de $\omega = \omega(k, k^2)$. Hemos mencionado olas o sea ondas en la superficie abierta del

Fig. 2. (a) Típico oleaje (mar de fondo) —tren de ondas— acercándose a la costa. (b) Refracción de olas de hasta cuatro metros rompiendo sobre los contornos del arrecife de Conejos en Asturias (imágenes por cortesía de Manuel Toral).

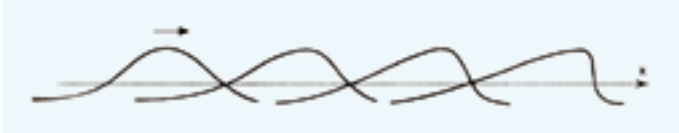

Fig. 3. Progresión del oleaje hacia la playa. Con fondo ascendente —por simplicidad no indicado en la figura—, las crestas se pican y como la parte alta viaja más deprisa acaban por romper.

agua con el aire. Pero similares ondas se producen en el interior de los mares y estrechos, en la superficie o interfaz de separación de dos "aguas". Cuando nos referimos a tal interfaz entre dos líquidos o dos aguas de diferente densidad *(haloclina*/salinidad, *termoclina*/temperatura o *picnoclina*/densidad) entonces, si obviamos la tensión interfacial, $\omega^2=[(\rho_2-\rho_1)/(\rho_2+\rho_1)](gk)\tanh(kh)$, por lo que la velocidad de las ondas internas es, generalmente, inferior a la de olas en superficie. Lo dicho también se aplica a ondas en el interior de un fluido (agua o aire) significativamente estratificado con un gradiente de densidad variable con la altura o profundidad sin discontinuidad.

Un oleaje *(swell; houle),* inicialmente irregular, con apilamiento caótico de olas de periodos cortos y largos, al ir alejándose de su origen tormentoso, se va limpiando gradualmente a medida que se propaga, separándose las de periodos cortos, más lentas, de las de los largos, más rápidas. Aparte oleajes mencionados, nótese que hay oleajes que llegan a España o Marruecos procedentes de tormentas en Irlanda o Islandia; olas altas de uno o varios metros con longitudes de onda de más del centenar de metros, que suelen ser más bajas y más cortas en el Atlántico norte que en el sur y que pueden recorrer cuatro mil kilómetros en un día, de modo que llegan a la costa antes que la tormenta que las originó; aquí nos interesa el mar de fondo *(ground swell)* ya alejado de la tormenta que lo creó por lo que el viento deja de afectarlo, y no el mar de viento *(wind-swell)*. Si al llegar a la costa se encuentran un fondo de contornos adecuados, sus crestas serán refractadas y esculpidas hasta romper de forma progresiva, pudiendo producir olas adecuadas para el surfeo de costa.

De entre las muchas variables que han de conjuntarse —cerca de la costa— para crear una ola surfeable, posiblemente una de las más significativas sea la batimetría que la moldea. Las características de un rompiente dependen sobre todo de los contornos del fondo y su pendiente: la mayoría de olas de surfeo de calidad en playas se forman y rompen sobre fondos con pendientes entre 1:10 y 1:50. Hay típicas olas de playa que al ir rompiendo se "derraman", la cresta desmoronándose sobre el frente, con espuma debida a agua turbulenta que atrapa aire avanzando como una cremallera *(spilling waves)*; tienen lugar sobre pendientes alrededor de 1:40; sobre fondo casi horizontal; son cóncavas en ambas caras, prácticamente simétricas; son surfeables (denominadas *fofas* por los surferos). Olas más huecas, con enrollamiento en voluta, muy cóncavas en el frente y convexas detrás, de ahí la formación del "tubo" *(plunging)* ocurren sobre pendientes cercanas a 1:10. A partir de pendientes de 1:4, aparecen olas muy huecas que se precipitan sobre el fondo sin apenas tiempo para alzarse antes de romper o incluso incapaces de propiamente romper: olas de colapso *(collapsing)* y/o de oscilación *(surging)*. La mayoría de las olas adecuadas para el surfeo de costa rompen en una profundidad de agua aproximada de 1.7 veces la altura de la ola al romper, aunque en casos extremos algunas pueden llegar a romper sobre profundidades de agua de tan sólo 0.5 veces su altura. No entraremos en más detalles pues, por un lado, la complejidad de la rotura en la costa hace el análisis aquí fuera de lugar y, por otro lado, estamos más interesados en el aspecto de "libre transporte" que puede ofrecer el surfeo, en general.

Cuando un oleaje, una marea (recuérdese que ambos pueden parecerse aunque ésta exhibe periodicidad —diurna o semidiurna— y el otro suele ser errático) o un *tsunami* entra en un río, en aguas someras, y la corriente va más deprisa que las posibles olas, $v>v_c=(gh)^{1/2}$, entonces aparece el mencionado resalto, que es al agua lo que una onda de choque acústica es al aire. En éste ocurre cuando la velocidad de un objeto supera a la velocidad del sonido, c_{sonido}, en el medio. Entonces el número de Mach, $M=v/c_{sonido}$, supera el valor unidad. En el agua, el parámetro correspondiente es el número de Froude $F=v/(gh)^{1/2}$. La analogía entre la hidráulica (fluidos incompresibles) y la dinámica de gases (bidimensional de fluidos compresibles) fue entendida y aprovechada por E. Mach y otros preclaros científicos.

3. Apostilla físico matemática

El progreso en el entendimiento y descripción matemática de las olas y ondas debe mucho a I. Newton, L. Euler, J. L. Lagrange, F. J. von Gerstner, los hermanos E. H. y W. Weber, G. G. Stokes, G. B. Airy, J. V. Boussinesq, J. W. Strutt (Lord Rayleigh), I. Langmuir, W. Munk, M. S. Longuet-Higgins, T. B. Benjamin, H. Peregrine, M. Toda y V. E. Zakhárov, entre otros. Con las ya mencionadas ecuaciones de evolución del mar (por ejemplo las de Euler) el estudio de las olas es complejo debido a la dificultad de encontrar soluciones en general. Por eso conviene precisar, como se hizo

Fig. 4. Voluta con tubo surfeable. (a) Formación en la ola del "tubo" al avanzar el oleaje sobre la pendiente de la playa. (b) Simulación numérica de la evolución espaciotemporal del "tubo" avanzando por la pendiente hacia la playa poco antes de romper. A efectos de visualización de la concavidad frontal se han superpuesto diez crestas consecutivas, de izquierda a derecha, obviando la pendiente del fondo. El tubo resulta de un singular balance dinámico entre los efectos de la hidrodinámica, la topografía y la geometría de la zona rompiente. (c) El surfeo en el tubo es más espectacular que el surfeo sobre una cresta de un oleaje suave o sobre un macareo con libre transporte que es el que más nos interesa aquí y sobre el que volveremos más adelante tanto con teoría como con experimentos y observaciones en la naturaleza (imagen por cortesía de Juan Fernández).

desde el principio de la teoría, de qué caso concreto hablamos a fin de que, simplificado el problema matemático, podamos obtener soluciones con incluso formas exactas de las olas que nos interesen. Curiosamente la ubicuidad de los fenómenos ondulatorios va de la mano con que se puedan estudiar a muy diversos niveles físico matemáticos. En un caso general de propagación unidimensional, digamos a lo largo del eje x, el estudio de las olas u ondas suele empezar con la ecuación $\zeta_{tt} - c^2 \zeta_{xx} = 0$, donde $\zeta(x, t)$ puede designar la deformación de la superficie del mar o cualquier otra perturbación esperadamente ondulatoria. Como anteriormente los subíndices indican la derivada parcial correspondiente y c, parámetro de valor positivo, es la velocidad de propagación. Esa ecuación tiene, pues, valor "universal" —en primera aproximación— y se utiliza en numerosos dominios científicos. Permite describir, simultáneamente, ondas viajeras de izquierda a derecha $(x - ct)$ y viceversa $(x + ct)$. Puesto que tales soluciones viajeras dejan de verse en el transcurso del tiempo, la propagación de una sola de ellas cabe caricaturizarla mediante $\zeta_t + a_0 \zeta_x = 0$ con $a_0 = c$. Pero como esa caricatura permite decir bien poco conviene imaginar cómo transformarla en algo útil (nótese, no obstante, la utilidad formal de poder pasar de una derivada temporal a otra espacial). Por ejemplo si consideramos $\varepsilon = A/h$ muy pequeño (digamos frente a la unidad o mejor infinitesimal), entonces hablamos de ondas en aguas "profundas" con h grande, mientras que si es $\delta = h/L$ infinitesimal tenemos ondas largas con L grande o, equivalentemente, aguas someras con h pequeña. Así pues según sea la razón entre ε y δ hay un específico desarrollo teórico y correspondientes olas. Pensando en términos de la relación de dispersión, ya indicada para olas armónicas, podríamos ir más allá de la aproximación lineal suponiendo que esa relación entre la frecuencia y el número de ondas es una potencia superior a la que ya dimos, o sea $\omega^2 = \lambda_1 k + \lambda^3 k^3$ o bien $\omega/k = c + \lambda k^2$, con λ negativo si las olas largas van más deprisa que las cortas (el segundo término da la dispersión). Tal relación de dispersión podría corresponder a ondas de la ecuación $\zeta_t + a_0 \zeta_x + a_1 \zeta_{xxx} = 0$ $(a_1 = \lambda)$. Nótese que si observamos un paquete de olas fruto, por ejemplo, de la superposición de dos ondas armónicas de igual amplitud con ligeramente distintos números de ondas, k y $k + \Delta k$, entonces otra velocidad posible es $c_g = d\omega/dk$, que se denomina velocidad de grupo. La c sigue a la onda de amplitud modulada de cero a máximo y luego a mínimo y a cero otra vez, resultante de la superposición, mientras que c_g da la velocidad de la envolvente. A esta última se asocia el transporte energético. Nótese que con $c^2 = g/k$, como $L = 2\pi/k$ es $c\,(\text{fase}) = (g/k)^{1/2}$ y $c_g = c/2$. En general $c_g = c - L\,(dc/dL)$ por lo que si la dispersión es *normal,* entonces $c_g < c$. Pero —con ondas lineales— si la dispersión es *anómala* —con la luz $dc/dL < 0$—, entonces $c_g > c$, un caso curioso si hablásemos de luz y teoría de la relatividad y que estudiado, entre otros, por M. von Laue (1905), A. Sommerfeld (1907) y L. Brillouin (1914) dio lugar a una cierta polémica. Brillouin en 1960 dedicó al tema un libro. En general añadiendo específicas no linealidades incorporamos la posibilidad de que la velocidad dependa de la amplitud A de las ondas, lo que fue desarrollado en la segunda mitad del siglo xx.

En 1845, Airy publicó un trabajo sobre la influencia de las mareas en las olas en fiordos y canales abiertos al mar. Para una onda oscilatoria propagándose en un canal de profundidad uniforme obtuvo la velocidad $c^2 = (g/k)\tanh(kh)$, extrayendo como casos límite los ya mencionados: $c^2 = (gL/2\pi)$ para $L < h$ y $c^2 = gh$ para $L > 10^3 h$. Con su estudio, condicionado por $A/h >> (h/L)^2$, considerando la dispersión pequeña, despreciable, concluyó que cuando la velocidad depende de la altura el frente tiende a picarse ganando pendiente mientras su trasero tiende a aplanarse, de modo que una ola larga, si solitaria, no podía viajar con perfil inalterable, $\zeta(x, t) = \zeta(x - ct)$. En 1847 Stokes publicó otra teoría de olas oscilatorias con perfil invariante y velocidad constante también sobre un canal de profundidad uniforme. Suponiendo $A/h << 1$ (aguas profundas) con h/L fijado; $(A/h) << (h/L)^2$, o sea considerando la no linealidad pequeña, pero significativa, demostró que la velocidad de la ola es independiente de la longitud de onda y que para longitud de onda dada las olas de mayor pendiente viajan algo más rápido, $\omega^2 = gk(1 + k^2A^2)$, por lo que olas viajando con perfil inalterable no eran posibles. Téngase en cuenta para más adelante esta conclusión cualitativa común de esos dos científicos de renombre. Stokes entendió que no había conflicto entre sus resultados y los de Airy por haber usado diferentes escalados.

Cuando ε, supuesto suficientemente pequeño (digamos frente a la unidad), aunque significativo, es del orden de δ^2 $[\delta = O(\varepsilon^2) << 1$ o sea $(A/h) = (h/L)^2]$ tenemos un escalado, o balance entre escalas, que corresponde al caso del oleaje tantas veces aludido y a alguna de sus consecuencias (suele añadirse $AL^2 = \text{constante}$; asegurando que al aumentar la amplitud disminuye su longitud de onda). La razón $U = AL^2/h^3$ permite distinguir entre olas lineales en aguas someras, $U << O(1)$, largas, solitarias o periódicas, de amplitud moderada, $U = O(1)$, y olas de amplitud finita en aguas someras, $U >> O(1)$. Entonces si seguimos limitándonos a la evolución de la deformación de la superficie del agua, $\zeta(x, t)$ a lo largo de la línea horizontal, x, de las ecuaciones de Euler, usando $\delta = O(\varepsilon^2)$, $U = O(1)$, Boussinesq obtuvo la ecuación $\zeta_t + a_0\zeta_x + a_1\zeta_{xxx} + b\zeta\zeta_x = 0$ (BKdV). Para nuestro argumento cualitativo general aquí la forma explícita de los coeficientes no tiene importancia. Como antes a_0 da la velocidad y su término puede eliminarse mediante un cambio galileano del sistema referencia terrestre al de la onda. Nótese que, si consideramos la onda estacionaria, esa ecuación se reduce a la de una vibración u oscilación de un péndulo con un potencial cúbico. Tal potencial fue usado por Helmholtz para describir la acción del martillo en nuestro oído, cuyas anarmónicas vibraciones son además asimétricas, con deformaciones sólo para un lado. Nótese también que una potencia de k en el espacio de Fourier corresponde a una derivada espacial en la ecuación de evolución. Aprovechemos para señalar que no siempre cambiando el orden de dos límites da el mismo resultado y tal es el caso de los límites $A/h \to 0$ seguido de $h/L \to 0$ respecto al orden inverso (límite no uniforme). En cambio ese problema no existe si con $\Delta = (A/h)/(h/L)^2$ se toma $\Delta \to 0$ seguido de $h/L \to 0$ o la secuencia inversa.

La ecuación BKdV posee soluciones (e.g. $\text{sech}^2[\beta(x - ct)]$) cuyo perfil se mantiene inalterable en el transcurso del tiempo gracias al balance dinámico reflejo del escalado (figura 5) entre la dispersión (recordemos que la velocidad depende de la longitud de onda) dada por el término de

la tercera derivada (cuyo coeficiente incorpora la tensión superficial y la gravedad) con la no linealidad (velocidad depende de la amplitud; la evolución del perfil en la figura 3 es típica de la ecuación reducida $\zeta_t + b\zeta\zeta_x = 0$). Además de por Boussinesq, fue estudiada por D. J. Korteweg y G. de Vries, y Lord Rayleigh, entre otros, todos motivados por evidencias experimentales cuando menos curiosas descubiertas, entre 1834 y 1844, por un ingeniero-arquitecto naval, J. S. Russell, del que hablaremos más adelante. Por eso, la hemos denominado BKdV (Lord Rayleigh acaba su artículo sobre las ondas diciendo "I have lately seen a memoir by M[onsieur]. Boussinesq, 1871, *Comptes Rendus,* vol. LXXII, in which is contained a theory of the solitary wave very similar to that of this [his] paper. So far as our results are common, the credit of priority belongs of course to M. Boussinesq"). Esa ecuación revolucionó la teoría de ondas, la Matemática Aplicada y la Física, otras ciencias y alguna ingeniería. Aparece, por primera vez, en una nota a pie de página de un trabajo de Boussinesq de 1877 muy anterior al de Korteweg y De Vries en 1895, quienes a buen seguro, aunque citan alguno de sus trabajos, no conocían la obra de aquél en su totalidad. Estos últimos obtuvieron, además de la solución, dicha "solitaria" con una sola cresta en forma de secante hiperbólica al cuadrado (figuras 5, 6, 8 y 10), ya obtenida por Boussinesq (quien aunque luego estudió el problema con mayor generalidad sólo empezó interesándose por soluciones decayendo a cero en ambos lados al infinito), otras soluciones periódicas válidas para describir el oleaje (figura 2), denominadas cnoidales, *cn*, por ser funciones elípticas de G. J. Jacobi, $\zeta = dcn^2 [x (d + K/H)^{1/2}]$, siendo d la amplitud de la deformación sobre el inicial nivel horizontal de profundidad h, y H un factor que incorpora la razón entre la tensión superficial y la gravedad (figura 6). Nótese que *cn* es distinta de la cicloide anteriormente predicha para la superficie por Gerstner —curva formada al rodar sin deslizarse una circunferencia sobre un plano horizontal o mejor una línea recta—. Se reduce a armónica cuando d es infinitesimal. K es un parámetro que con $K = 0$ —o de otro modo cuando el argumento de la *cn* tiende a la unidad— lleva a la ola solitaria y en el extremo opuesto a la onda armónica. Es de señalar que la suma periódica de $sech^2$ da una función elíptica y lleva a la *cn,* de modo que si ésta designa onda y partícula la $sech^2$ cabe hablar de "dualidad onda-partícula". También es curioso que la *sech* es su propia transformada de Fourier con $sech\alpha x \Leftrightarrow sech\beta k$ de modo que $\alpha\beta = \pi/2$, lo que recuerda el principio de incertidumbre de Heisenberg pues si α aumenta ha de disminuir β con la ligadura de su producto constante.

De hecho la solución de la ecuación BKdV es una familia uniparamétrica infinita con velocidad arbitraria (con la $sech^2$ cualquier valor real de c es posible con su correspondiente amplitud; con la periódica *cn,* velocidad, longitud de onda y amplitud están ligadas) de modo que las más altas viajan más deprisa. La ecuación BKdV conserva (idénticamente) la energía, pues, al multiplicarla por ζ e integrar sobre el espacio, en el estado estacionario cada término es cero; es curioso que KdV escribieran la ecuación como un balance-ley de conservación $\zeta_t = (a\zeta_{xx} + b\zeta^2)_x$, con adecuados valores y signos de a y b. Y da mucho más que eso pues tiene un número infinito de magnitudes conservadas. Si ζ_{xxx} se sustituye por ζ_{xxt} (recuérdese lo dicho del intercambio de derivadas) no sólo se mejora matemáticamente la ecuación BKdV, a efecto de rigor, sino que cabe usarla como propuso H. Peregrine para explicar la ondulación de los macareos (este asunto lo retomaremos más adelante al introducir otra ecuación de ondas). Si no consideramos el último término de la ecuación BKdV entonces lo que queda es lineal y su solución es fácil con modos de Fourier, armónicos del tipo $\exp[i(kx - \omega t)]$, como se ha señalado anteriormente. Ello está de acuerdo con el hecho de que la ecuación BKdV, tal como la hemos escrito, sólo tiene ondas viajando, digamos, de izquierda a derecha. Nótese que la ecuación BKdV, adecuada para describir el surfeo de libre transporte, por las limitaciones del escalado usado en su derivación no permite describir lo que ocurre con las olas al llegar a un rompiente.

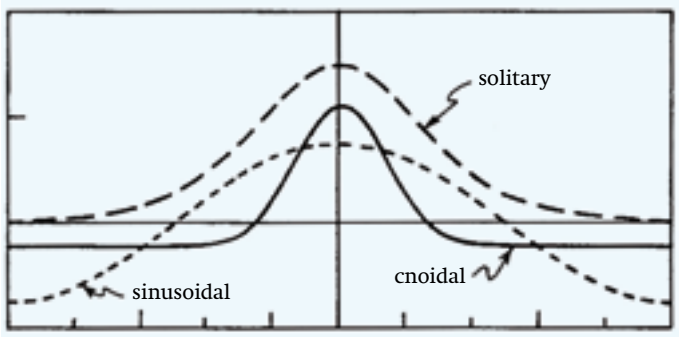

Fig. 6. Perfil de la onda cnoidal periódica y de sus límites extremos, la onda armónica (seno o coseno según se escoja el origen) de igual longitud de onda y la ola solitaria ($sech^2$), soluciones de la ecuación BKdV $[\zeta_t + \zeta_x + (1/6)\,\zeta_{xxx} + (3/2)\,\zeta\zeta_x = 0]$ adimensionalizada.

Otra ecuación de ondas interesante en nuestro contexto aquí, $\zeta_t + a_2\zeta_{xx} + b\zeta\zeta_x = 0$ (BT; versión unidimensional de las ecuaciones de Navier-Stokes), fue introducida por J. M. Burgers y G. I. Taylor para describir ondas de choque en gases. Por conllevar, estacionariamente, el balance dinámico entre no linealidad, $\zeta\zeta_x$, y disipación/difusión, ζ_{xx}, es también candidata a explicar el macareo [figura 1; véase también la figura 7 y recuérdense las figuras 3 y 5(b)]. Dejando de lado el término no lineal $\zeta\zeta_x$, nótese que la ecuación BKdV tiene derivadas espaciales impares mientras que la BT la tiene par. En el caso BT la relación de dispersión sería $\omega = k - ik^2$, de modo que si a_2 es negativo al ir propagándose la onda decae exponencialmente cualquiera sea el valor real de k. La ecuación BT, aunque no conserva la energía, es integrable mediante una adecuada transformación que la reduce a la exactamente soluble ecuación del calor, llevándonos a la tanh. En alternativa a la citada propuesta de Peregrine la combinación de las dos, BKdV-BT, también permite describir macareos ondulados [figuras 1 y 7(b)]. La disipación en un macareo (que al final es calor) viene de la propia aparición de la ondulación o de la turbulencia subsiguiente. También cabe generalizar la ecuación BKdV añadiendo otras no linealidades y derivadas espaciales y/o temporales

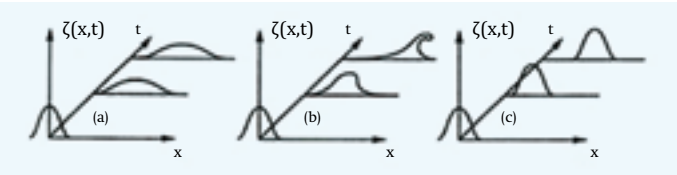

Fig. 5. Onda/ola solitaria: El balance dinámico entre (a) dispersión y (b) no linealidad (véase la figura 3) permite la propagación inalterable en su perfil de una onda solitaria, $\zeta = A sech^2 [\beta (x - ct)]$ y de un tren periódico de ondas.

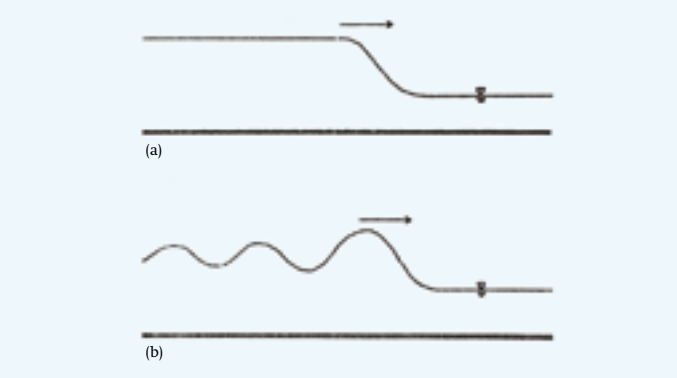

Fig. 7. Casos ideales de macareo (a comparar con figura 1). (a) Macareo plano: como la profundidad es menor a la derecha del frente (que, a contracorriente, viaja aguas arriba) y se conserva el flujo de agua (velocidad por altura) entonces la velocidad será mayor delante del frente que es donde el número de Froude, $v/(gh)^{1/2}$, es supercrítico, o sea superior a la unidad, lo análogo a la onda de choque supersónica en el aire (cambiando la altura por la densidad). Un macareo más alto delante que detrás violaría el segundo principio de la termodinámica. (b) Macareo ondulado: hay también macareos con agua turbulenta del frente hacia atrás. Nótese que si al avanzar la masa de agua en avalancha el resalto encontrase resaca aguas arriba y dejase de haber agua podría degenerar casi en tubo como en el rompiente de las figuras 3 y 4 o simplemente colapsar.

de orden superior, de interés tanto por conseguir rigor matemático (problema bien planteado en el sentido de Hadamard) como por su aplicación a fenómenos naturales y de laboratorio.

Una primera extensión al caso de dos dimensiones, x, y (más la tercera z o sea la que corresponde a ζ), se debe a B. B. Kadomtsev y V. I. Petsviashvili quienes estudiaron la estabilidad de soluciones unidimensionales de la BKdV, viajeras a lo largo del eje x, frente a perturbaciones transversas, en la dirección y, obteniendo $[\zeta_t + a_1\zeta_{xxx} + b\zeta\zeta_x]_x + c\zeta_{yy} = 0$ (KP) donde hemos obviado el término $a_0\zeta_x$ (el paréntesis encierra la BKdV). De esa ecuación —que curiosamente corresponde al escalado $h/L \to 0$ con Δ finito— también se conocen soluciones exactas que han permitido explicar fenómenos naturales y han sido observadas en el laboratorio y en la naturaleza, por ejemplo, en playas tranquilas con olitas sobre poca agua. Dejemos constancia, una vez más, que con las ecuaciones mencionadas estamos lejos de poder describir la complejidad de los fenómenos naturales en todos sus detalles. Sirven, no obstante, para darnos una primera idea, al menos cualitativa, de lo que, antes de su rotura, va ocurriendo.

Siguiendo un trabajo computacional de E. Fermi, J. R. Pasta y S. Ulam (que versaba sobre el *teorema de equipartición* de la energía en Física Estadística) fueron N. J. Zabusky y M. D. Kruskal quienes catapultaron la ecuación BKdV a la celebridad, con el apoyo de otros colegas, preclaros matemáticos y físicos, como C. S. Gardner, J. M. Greene, R. Miura y P. D. Lax. Como las olas encontradas eran tales que si una grande iba detrás de una pequeña en el transcurso del tiempo la grande adelantaba y tras la "colisión" reemergían las dos con perfil inalterable, fueron denominadas *solitones* por ofrecer rasgos de partículas a la vez que de ondas. Esto ya era conocido de olas en la naturaleza y en el laboratorio, por eso dejemos aquí la cuestión para deleitarnos en lo que podríamos denominar el descubrimiento experimental de sus soluciones con anterioridad a la existencia de la ecuación BKdV y otras por el estilo.

4. Lo posible y lo real en la imaginación de un ingeniero-arquitecto naval que descubrió la ola, de traslación, solitaria, "por excelencia" y el libre transporte surfeando

J. S. Russell (1808-1882), el ya citado ingeniero-arquitecto naval, hizo, por chiripa (pero no le toca la lotería al que no juega), el descubrimiento de una ola que denominó la "ola solitaria", la "gran ola de traslación", en un canal próximo a Edimburgo: "Un caballo tiraba de una barca de tal modo que sin aparente esfuerzo la arrastraba subida a una ola a cuya velocidad el caballo ajustó la suya" ("The first day I saw it was the happiest day of my life. Nobody had ever had the good fortune to see it before or, at all events, to know what meant"). En realidad hay evidencia documental científica de tales olas con anterioridad al descubrimiento hecho por Russell, si hablamos tanto de olas solitarias como de resaltos viajeros (ajenos a la marea). En efecto, el italiano G. Bidone ya había estudiado detalladamente tales olas y resaltos (recuérdese que la derivada de la tangente hiperbólica es la secante hiperbólica al cuadrado) como se desprende de una comunicación suya a la Academia de Ciencias de Turín en 1824. No sólo describió su formación con experimentos similares a los posteriormente hechos por Russell, sino que también experimentó con olas consecutivas de desigual altura descubriendo cómo la más alta adelanta y, tras la colisión, ambas reemergen con perfiles aparentemente inalterados. Otros científicos que también experimentaron e incluso hicieron uso de tales olas y resaltos fueron D. Guglielmini y G. B. Venturi, como atestiguan sendas publicaciones científicas, de 1739 y 1797, respectivamente. Por último, el ingeniero francés H. Bazin, con su suegro H. Darcy, seguramente a iniciativa de Boussinesq, repitió —con extensa extraordinaria labor— los experimentos de Russell en un canalillo *(rigole)* junto a un gran canal próximo a Dijon. Pero no debe ello quitar mérito alguno al fenomenal trabajo de campo y de laboratorio que Russell realizó —incluso a contracorriente— de la opinión de algunos famosos colegas científicos teóricos, autoridades de su tiempo.

En agosto de 1834 Russell "estaba observando el movimiento de una barca que dos caballos arrastraban velozmente en un angosto canal, cuando aquélla se paró de golpe aunque no sucedió lo mismo con la masa de agua que había puesto en movimiento que tras apilarse en la proa con violenta agitación la abandonó de repente y se alejó a gran velocidad como una protuberancia solitaria, toda por encima del nivel de la superficie, de forma redondeada, lisa y perfectamente definida continuando su avance a lo largo del canal sin que pareciera que su perfil se alterase lo más mínimo o su velocidad disminuyera. La seguí a caballo adelantándola notando en ella una velocidad de quince o más kilómetros por hora con un perfil de un metro de largo y unos treinta centímetros de alto" (Russell 1844; Russell, 1885, apéndice, pp. 215-216). Era una ola diferente de las usuales en las que hay subida y bajada sobre el nivel horizontal, viajaba sola cuando normalmente las olas van por grupos como oleaje periódico. En otra ocasión Russell nos cuenta que "un caballo fogoso arrastrando una barcaza del Sr. William Houston —por un canal entre Glasgow y Ardrossan— repentinamente asustado echó a correr. El Sr. Houston observó con gran asombro que la ola de proa había desaparecido

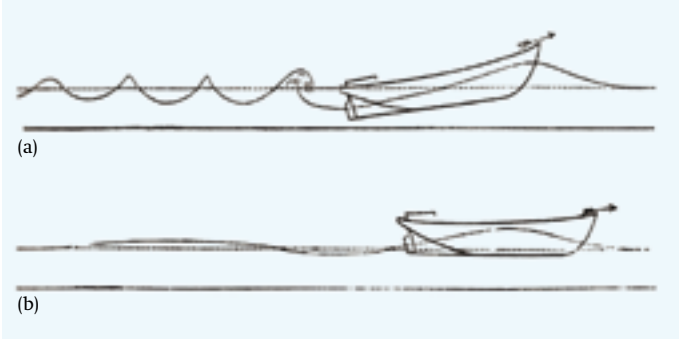

Fig. 8. (a) Al moverse una barcaza levanta agua con la proa generando una ola que induce ondulaciones en la popa de amplitud creciente cuando aumenta la velocidad del barco. (b) Si se consigue que la barcaza surfee sobre el máximo de la ola entonces la resistencia es despreciable. Tras los barcos suelen verse delfines surfeando las ondulaciones creadas por esa ola de proa (imágenes extraídas de Russell, 1839, figs. 7 y 8, p. 70).

navegando la barcaza sobre agua lisa sin apenas resistencia. El Sr. Houston percibió el valor económico de ese hecho y se dedicó a utilizar en dicho canal embarcaciones navegando a velocidad muy superior a lo habitual produciendo un significativo aumento de ingresos para su compañía de transporte fluvial. Viajeros y equipaje se llevaban en botes de lámina de hierro delgada de veinte metros de largo por dos de ancho arrastrados por sólo dos caballos. Arrancando con poca velocidad con la consiguiente ola de proa y tras un súbito tirón de los caballos la barcaza se colocaba sobre la ola reduciendo así la resistencia llegando a quince o veinte kilómetros por hora" (Russell, 1839, pp. 23-24).

F. Nanssen, célebre por sus exploraciones del Ártico con el navío *Fram*, fue uno de los que hizo más énfasis en el papel de resistencia a la navegación de las olas de proa (figura 8) así como del aparentemente relacionado fenómeno de las llamadas "aguas muertas" en algunos fiordos noruegos. Era curioso que aumentando la potencia del motor no se consiguiera ganar velocidad sino deceleración e incluso hasta llegar a pararse el barco. En 1898 envió una nota a su amigo V. Bjerknes quien sugirió que en el caso de los fiordos la causa podría ser la formación de ondas internas, como la ola de proa pero en la picnoclina separando la delgada capa de agua del deshielo corriendo aguas abajo por encima de la salada agua que entraba del mar. A su propuesta, uno de sus colaboradores, V. W. Ekman, realizó un correcto estudio detallado del fenómeno confirmando la hipótesis de Bjerknes (sobre ondas internas damos detalles más adelante). El ingenio de Russell le llevó a proponer que para compensar la mencionada deceleración se dotase la proa de los navíos de un adecuadamente voluminoso bulbo. Sólo hacia los años sesenta del siglo xx tal bulbo fue añadido sistemáticamente sobre todo en navíos de gran tonelaje.

Russell experimentó en el mar, en ríos, en canales y en bañeras en casa, con ingenio, sistemática y perseverancia (tenacidad calificable de cabezonería) extraordinarios. Infraestructuras complejas con dinamómetros le permitieron estimar con precisión la resistencia a sobrepasar tirando de caballos que lo único que debían hacer era levantar un peso y mantenerlo a la altura fijada (figura 9). De sus experimentos y observaciones durante al menos una década desde 1834, tanto en canales como en su casa, extrajo y confirmó conclusiones: la ola no era oscilatoria sino translaticia, tenía un solo máximo con perfil trocoide (cicloide, encogida o alargada por referirse a un punto, interior o exterior, del radio de la circunferencia; antes mencionamos la más adecuada cnoidal) y viajaba con velocidad que estimó en $v=[g(h+d)]^{1/2}$ (nótese que esa expresión usando el número de Froude es $F^2=1+\alpha$, con $\alpha=d/h$, que muestra el valor supercrítico de la velocidad; por otro lado, la trocoide viaja con velocidad g/k, o sea función de la longitud de onda). Tanto al reflejarse en una pared como al chocar con otras reemergían con perfil aparentemente inalterado (recuérdese el origen del concepto de *solitón* arriba mencionado); a veces la reflexión en una pared, dependiendo del ángulo incidente reemergía o no y, si lo hacía, podía ser como reflexión especular normal o se añadía una protuberancia como una tercera ola viajera —ortogonal a la pared y en fase con la reflejada— algo que más tarde descubrió Mach en los choques gaseosos (Russell-Mach *stem)*. Sólo al cambiar la profundidad del canal la ola se rompía si su amplitud superaba la profundidad del mismo. La figura 10, tomada de una de sus publicaciones, ilustra cómo obtenía tales olas.

Como Airy y Lord Kelvin, Stokes en principio (1847) no creyó en los experimentos y evidencias proveídos por Russell ("It appears... that a solitary wave cannot be propagated… with a constant velocity and without change of form"). Cuando se dio cuenta de que por su escalado (que da la velocidad sólo en función de la amplitud) el suyo era un problema matemáticamente diferente del estudiado por Russell rectificó cuatro décadas después, lo que no hicieron ni Airy ni Lord Kelvin, quienes nunca aceptaron como buenas ni las evidencias experimentales ni la interpretación propuestas por Russell (cierto que su interpretación no siempre fue matemáticamente correcta pero el escalado de Airy no correspondía a las olas de Russell que, en cambio, son bien descritas por la ecuación BKdV —recuérdese lo dicho sobre su solución—; mencionemos, finalmente, que la ola solitaria de Russell cabe obtenerla como caso extremo de la ola de Stokes cuando se añade la dispar relación entre su longitud de onda y la profundidad del canal). De tal incomprensión (salvando a Lord Rayleigh, G. Green y algunos otros) sufrió Russell quien no pudo hacer carrera académica en universidad alguna aunque fue elegido *FRS* de la *Royal Society* en 1847. Al final de sus días, obsesionado con su ola perdió estabilidad mental como se desprende leyendo un libro póstumo (Russell, 1885) ("Russell's activity and ingenuity displayed themselves in many other fields: steam trolleys for roads, improvements in boilers and in marine engines, the immense iron dome of the Vienna exhibition, celular double bottoms for the iron ships, etc.", *Encyclopedia Britannica*, 9.ª edición, 1866).

Fig. 9. Ingeniosa infraestructura, ideada por Russell, para estudiar la resistencia ofrecida por las olas de proa y cómo transportar libremente colocándose sobre la cresta de la ola solitaria. Los caballos servían para elevar un peso colgado en la estructura piramidal de la izquierda. Alcanzado el equilibrio se descolgaba una parte del peso y así la barcaza podía iniciar su marcha libre (imagen extraída de Russell, 1839, plancha III, fig. 6).

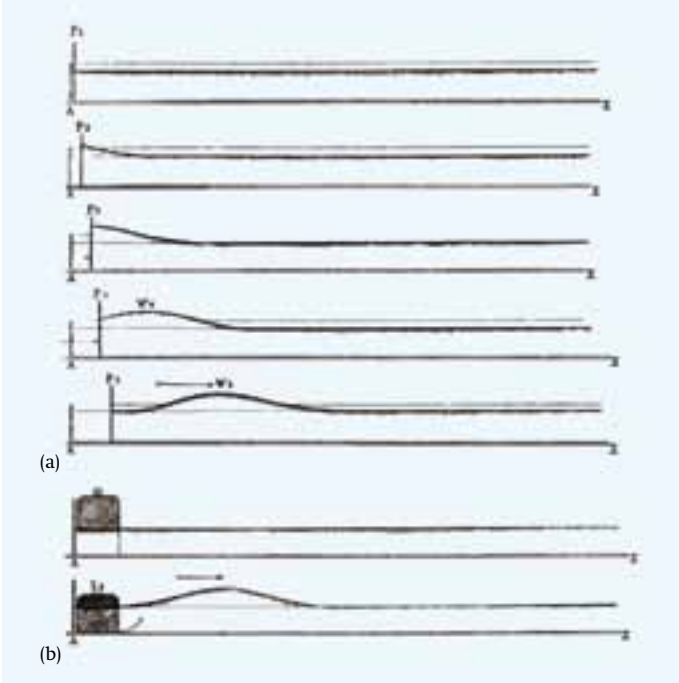

Fig. 10. Modos de excitar una ola solitaria (cuyo perfil viene adecuadamente descrito por la solución solitaria de la ecuación BKdV) según experimentó Russell: (a) en las cuatro imágenes superiores empujando adecuadamente el agua en toda la sección transversa del canal y (b) en las dos imágenes inferiores dejando caer un bloque sólido que provoca el desplazamiento en bloque de una adecuada masa de agua (imágenes extraídas de Russell, 1844, apéndice en 1885, plancha I, figs. 1 y 2, p. 306). Este experimento es fácilmente realizable empujando con el pie transversamente la delgada —somera por excelencia— agua de exceso de una piscina recogida en canalitos adyacentes.

5. Olas relacionadas con las anteriormente descritas aunque, generalmente, no surfeables, aparentemente inesperadas y catastróficas

Mencionemos ahora algunas olas solitarias similares a las ya descritas pero cuyo contexto no permite el surfeo y, además, en ocasiones, han producido efectos catastróficos. Aparte de los *tsunami*, nos referimos a olas que han sido inesperadamente encontradas provocando naufragios a veces con pérdida de vidas humanas en mares abiertos, estrechos o canales y en aeropuertos. Algo parecido al macareo ocurre cuando la marea atlántica entra por el umbral del estrecho de Gibraltar y confronta a la corriente mediterránea, más caliente pero más densa por más salada, que va por abajo hacia el oeste, originando ondas internas gravitatorias en la picnoclina que pueden ser gigantes, de hasta cien o más metros de amplitud (figura 11) sin que se perciban en la superficie del mar abierta al aire excepto con radares adecuados como el SAR que "fotografían" la ruidosa superficie marina en las bandas de 3 cm y 24 cm con resolución de 25 m desde 800 km de altitud. Como curiosidad sépase que, filtrando el ruido, se pueden detectar submarinos sumergidos mediante la viajera "mancha" capilaro-gravitatoria que las hélices de sus motores dejan en la superficie cuando no respetan la ley internacional de emerger al atravesar estrechos. Si un submarino desciende hasta la picnoclina puede allí descansar sobre ella. Si quiere descender más habrá de incorporar considerable cantidad de agua en sus tanques. Sobre ondas internas suaves podría surfear ganando unos pocos kilómetros a la hora (hasta un diez por ciento de su máxima velocidad sumergido que actualmente anda en los 60 km/h; ésta es superior a la de su navegación en superficie pues no hay fricción de las anteriormente mencionadas olas de proa; ese surfeo pudo haber sido utilizado por submarinos alemanes durante la Segunda Guerra Mundial al atravesar el estrecho de Gibraltar yendo hacia las costas italianas aunque no es así como lo presenta la película *Das Boot [El submarino]* de W. Petersen, 1981). Hay otros estrechos donde al entrar la marea o un oleaje suave en la irregularidad del fondo en vez de olas u ondas internas viajeras, más o menos espectaculares, aparecen tremendos remolinos, ondas estacionarias, con o sin ruidosos y espectaculares chorros de agua. Tal es el caso del golfo de Corryvreckan entre las islas escocesas de Jura y Scarba, con valles de doscientos metros y colinas de unos treinta metros, donde la marea entra a casi 20 km/h *(speckled cauldron* inmortalizado en la película *I know where I'm going* de M. Powell, 1945; donde estuvo a punto de ahogarse G. Orwell que, por entonces, escribía *1984* en la isla de Jura, isla donde dice la leyenda se destila whisky desde 1500. En 2003, a un no muy allá whisky pusieron su nombre).

Ya hemos indicado que ondas internas como ésas pueden también ocurrir en medio del océano aun cuando el perfil de densidad (estratificación) sea estable. Parecen haber afectado drásticamente a algunos submarinos. Así, aunque sumergiéndose puedan eludir tormentas y olas en superficie, como bajo agua navegan con flotabilidad "neutra" (por el equilibrio dinámico entre las tendencias a flotar —empuje de Arquímedes— y a hundirse —por su peso—), una diferencia de salinidad en el agua de unas partes por mil o un cambio de temperatura de unos pocos grados pueden alterar inmediatamente su flotabilidad en varias toneladas, afectando a navegabilidad y trayectoria. Así, si un submarino atraviesa una zona de ondas internas puede ocurrir que éstas le hagan subir o bajar drásticamente (figura 11) antes de que llegue a evacuar lastre y poder corregir el rumbo. Si se "hundiese" puede conducirle al naufragio (recuérdense los casos de los submarinos nucleares *Thresher* en 1963 y *Scorpion* en 1968) por implosión a profundidades donde el casco se fracture por no resistir el material un incremento extraordinario de la presión (a 10 km de profundidad un sólido soporta una presión hidrostática de casi 1200 kg/cm^2) o por drástico deterioro de algún elemento esencial para su navegabilidad.

Las fuertes corrientes suelen afectar muy apreciablemente al oleaje. En lugares como la costa sudeste de África desde Mozambique y Madagascar, y concretamente entre Durban y Port Elizabeth, suele ser frecuente que haya confrontación

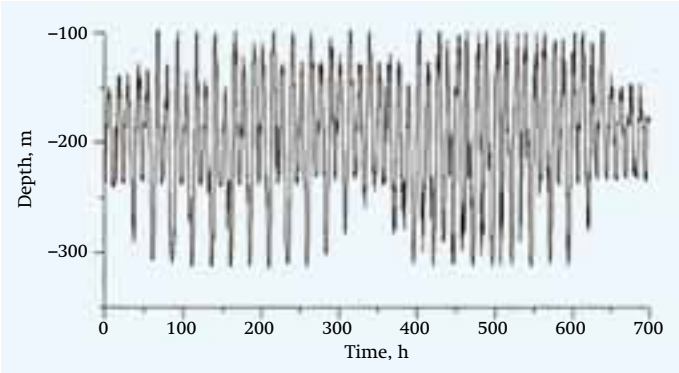

Fig. 11. Estrecho de Gibraltar: evolución temporal, local, de las ondas internas en la picnoclina medida por la variación en profundidad, a lo largo de la vertical, de la isoterma de 13 ºC mostrando una amplitud de hasta 210 m (imagen extraída de Morozov et ál., 2002, 2007).

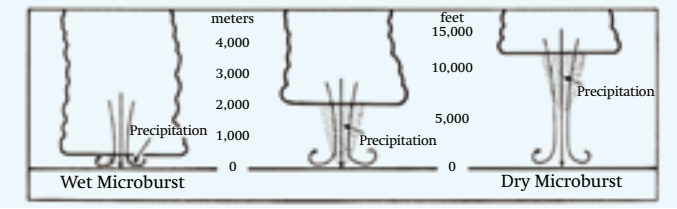

Fig. 12. Tipos de chorro descendente *(downburst,* término acuñado por T. T. Fujita; *microburst* si es inferior a 4 km de extensión) en tormentas convectivas (imagen extraída de Fujita y Caracena, 1977).

entre la bajante corriente de Agulhas, de unos 10 km/h, profunda hasta 300 m, y el ascendiente oleaje que con longitudes de onda de 200 m, frente de 140 km, y crestas de hasta 15 m, con pendiente de 0.8, proviene de vientos y tormentas en el Atlántico sur, a más de 1.000 km, o del Antártico. Como la corriente (que transporta un volumen aproximadamente 130 millones de m^3/s transfiriendo agua del Índico al Atlántico) tiende a frenar el oleaje, reduciendo su longitud de onda, parece que eso llevaría a amainarlo. En realidad, la refracción inducida por la cizalla lateral de la corriente y el cambio de profundidad lateral decreciente arquea el frente de ondas y concentra la energía enfocándola hacia su centro. Recordemos lo que ocurre al acercarse un oleaje a la playa (enfoque espacial o refracción) donde la topografía es variable, la pendiente aumenta y la profundidad del agua se reduce (figura 2). A eso puede ayudar el viento que sube contracorriente y a favor de las olas. Incluso en el caso contrario puede ocurrir que al propagarse un oleaje contra una corriente sus olas sean atrapadas por ella dando lugar también a refracción hacia el centro del oleaje. No es pues de extrañar que, de manera esporádica, aunque no por ello inesperada sino casi sistemática, haya habido naufragios espectaculares pues en la confrontación pueden aumentar localmente las crestas de las olas hasta cinco metros más de su original tamaño. Como los navíos marchan a unos 20-30 km/h aprovecharse de una corriente de diez es potencialmente rentable. El naufragio del navío *World Glory* (45 mil toneladas) ha pasado a los anales de las catástrofes por hundirse partido en dos tras enfrentarse, bajando al sur, a una gigantesca ola a unos 100 km E-NE de Durban en junio de 1968. Ya en 1488 el navegante B. Díaz habló del "cabo de las tormentas". Señalemos que si se cruzan dos o más de tales oleajes —tras su "choque"— reemergen sin apreciable cambio, una propiedad *solitónica* de ondas solitarias o trenes de ondas.

Olas gigantes pueden aparecer en muy diversos lugares del mar y, por supuesto —como hemos mencionado—, en la costa, por variadas razones. Aparte de la refracción (e incluso difracción) ya mencionada, otro posible mecanismo es el enfoque por avalancha no lineal, debido, por ejemplo, a la inestabilidad modulante de Benjamin-Feir por la que un tren de ondas periódico, suave, es inestable a perturbaciones laterales que crecen si $\omega \pm \Delta w$ aumenta tal que $\Delta\omega < Ak$ donde como siempre ω, A y k designan frecuencia, amplitud y número de ondas, respectivamente. Así el frente tiende a romper en grupos de periodo $(Ak)^{-1}$ induciendo crestas aisladas de amplitud exorbitante junto al resto de tamaño normal, tanto en zonas de tormenta como en regiones donde domina aparente calma y donde quizá puede que no haya viento. Otro mecanismo es el enfoque por efecto de la dispersión. Con la velocidad inversamente proporcional a la frecuencia, la energía del oleaje puede concentrarse en una o unas pocas olas gigantes si ocurre que todas las componentes del oleaje coinciden en tener fase inicial apropiada. Fue Longuet-Higgins quien, como teórico, alertó sobre esta posibilidad que ha sido observada en el laboratorio aunque no haya aún clara evidencia en la naturaleza. Con apropiadas condiciones iniciales y otros elementos dinámicos pueden ocurrir de manera inesperada de ahí que se las denomine olas "monstruosas" *(rogue, freak-out of nowhere):* un muy violento fenómeno de un muro de agua que emerge seguido de profundo y muy pendiente valle (recuérdense las olas gigantes en la costa). La ubicuidad de tales olas gigantes es extraordinaria. Un caso muy estudiado es el ocurrido en el mar del Norte a la plataforma petrolífera Drauper, de la compañía noruega Statoil, sobre la que impactó una ola de 25 m con amplitud máxima de 18.5 m (medida con láser apuntando hacia abajo). Piénsese en la amplificación no lineal por aprovechamiento de los vecinos donde en un tren de ondas ligeramente modulado en amplitud acaba una cresta dominando a sus vecinas y "respirando" *(breather)* aprovechándose de ellas (si consideramos una colección de osciladores/péndulos débilmente acoplados entre sí al cabo de un tiempo hay uno que se aprovecha de los vecinos para crecer desmesuradamente). Algo parecido quizá le sucedió al navío *Prestige* en la costa gallega. Pero no es aquí el lugar para dar detalles de ello. Se dice que, de media, naufragan dos barcos por semana y que más de doscientos paquebotes, con eslora superior a doscientos metros, han sido perdidos en las últimas dos décadas.

Finalmente acabemos describiendo someramente el efecto catastrófico de análogas ondas solitarias inducidas por chorros o remolinos atmosféricos debidos a tormentas convectivas (figura 12).

Fue T. T. Fujita quien primero alertó del peligro de la cizalla vertical inducida por viento horizontal casi a ras de tierra sobre las pistas en aeropuertos y de la formación de ondas solitarias imposibles de surfear por aviones. Variaciones en las componentes horizontales y/o en la vertical del viento pueden ser catastróficas para un avión pues pueden desviarlo inesperadamente de su programada trayectoria de

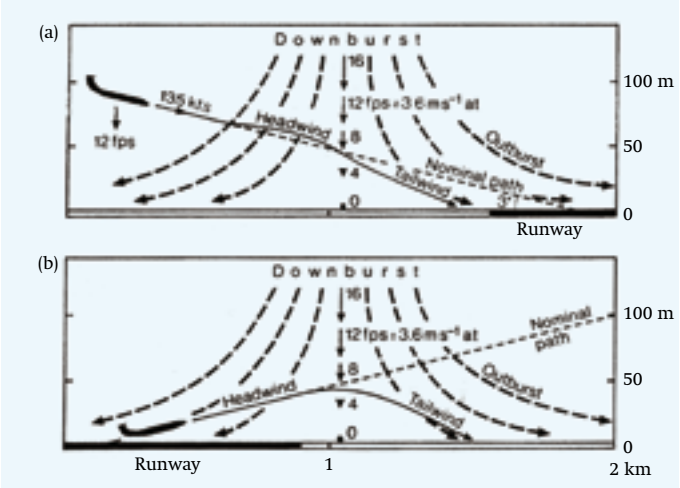

Fig. 13. Acción de un *downburst* y asociada onda solitaria sobre el vuelo de un avión (a) aterrizando y (b) despegando. En ambos casos las líneas de trazos indican las correspondientes programadas trayectorias del avión y las continuas, las que en realidad van a seguir, "engañados" sus instrumentos sensores por la variabilidad de presión inducida por la onda con alternancia de vientos en cabeza con vientos en cola en muy breve intervalo de tiempo (imagen extraída de Fujita y Caracena, 1977).

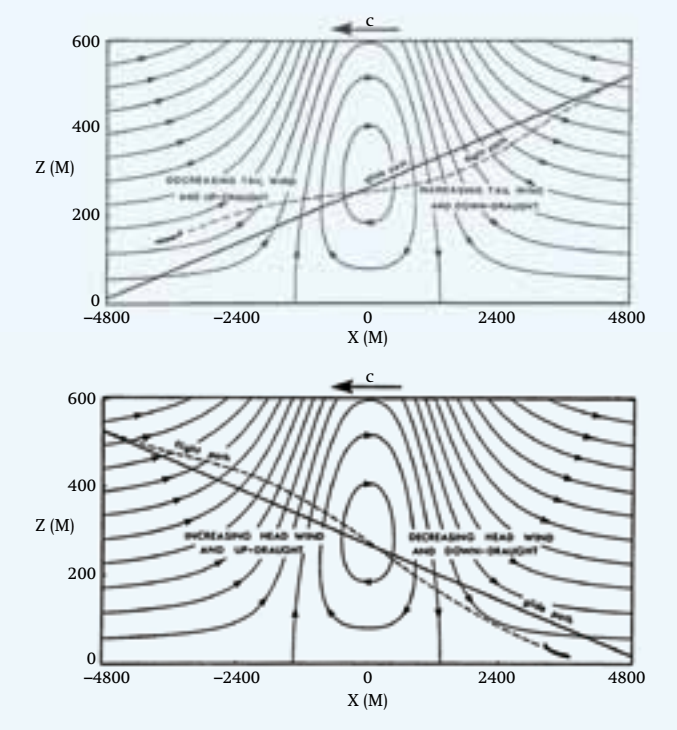

Fig. 14. Caso del aterrizaje: líneas de corriente y onda solitaria, viajando de derecha a izquierda con velocidad c. En un caso, yendo el avión en el sentido de la onda, ésta le hace caer fuera de la pista y, en el otro, con la onda-sentido de c, ésta le hace tocar la pista antes de lo programado. Aquí las trayectorias programadas son líneas continuas y las reales son las líneas de trazos (imágenes extraídas de Christie y Muirhead, 1983).

despegue o aterrizaje, que es cuando son más vulnerables. Ondas solitarias son particularmente peligrosas, pues pueden aparecer de improviso como sucesos transitorios sobre las pistas incluso en atmósfera clara. Cuando una tormenta verticalmente enfocada sobre un terreno cae estando la atmósfera establemente estratificada (recuérdese lo dicho sobre ondas internas en el mar y estrechos) puede dar lugar a ondas solitarias radiales o sesgadas, asimétricas, que provoquen cizalla a baja cota. Tal debió ser la causa que, en el aeropuerto de Dallas-Forth Worth, el 2 de agosto de 1985 originó el accidente de un trimotor *Lockheed 1011* (vuelo Delta 191). Fallecieron 137 personas en el abrupto aterrizaje antes de lo previsto. Otros casos parecidos han sido descritos en la literatura; en algunos el piloto fue capaz de enderezar el rumbo. Tras los trabajos de Fujita y otros científicos ya se dispone en muchos aeropuertos de radar de superficie para detectar la cizalla del viento a baja cota. Las figuras 13 y 14 muestran detalles de cómo una onda solitaria puede afectar a la programada trayectoria de un avión, a cuyos instrumentos sensores "engaña" haciéndoles tomar catastrófica trayectoria despegando o aterrizando. Pese a la aparente similitud con lo descrito, el accidente del vuelo de Asiana, ASA 214, en el aeropuerto de San Francisco el 6 de julio de 2013, parece ser que fue debido a un error humano de un piloto que aunque avezado con el Boeing 737 tenía pocas horas de práctica con el 777 mucho más largo que aquél —70/40— y más pesado —en aterrizaje hasta 250/60—. Si un tal avión 777 entra en pérdida de sustentación es muy difícil si no imposible remontar vuelo debido a la inercia tanto del propio avión como de la respuesta de los motores.

Manuel García Velarde
Instituto Pluridisciplinar de la Universidad Complutense de Madrid / Fundación Universidad Alfonso X el Sabio.

Pablo Díaz Espinosa