

Dominación Romana Triple en Grafos

⁽¹⁾H. A. Ahangar, ⁽²⁾**M.P. Álvarez**, ⁽³⁾M. Chellali,
⁽⁵⁾S.M. Sheikholeslami and ⁽⁴⁾J.C. Valenzuela-Tripodoro

⁽¹⁾ Babol Univ. of Technology (ha.ahangar@nit.ac.ir) ⁽²⁾ Univ. Cádiz (**pilar.ruiz@uca.es**)

⁽³⁾ Univ. of Blida (m_chellali@yahoo.com) ⁽⁴⁾ Univ. Cádiz (jcarlos.valenzuela@uca.es)

⁽⁵⁾ Azarbaijan Univ. (s.m.sheikholeslami@azaruniv.ac.ir)

En 2004, Cockaine et al. introducen el concepto de Dominación Romana en grafos, inspirado en los trabajos de ReVelle y Rosing , y Stewart relacionados con una estrategia defensiva del Imperio Romano decretada por Constantino I el Grande. Esta estrategia estaba basada en dos hechos: el primer de ellos es que cualquier ciudad indefensa, es decir, en la que no se asentara al menos una legión, debía poder ser defendida por una ciudad vecina; y el segundo, que ninguna legión podía acudir en defensa de una ciudad vecina atacada si con ello dejaba desguarnecida su ubicación de origen. La dominación Romana es una variante de la dominación en grafos que ha sido bastante estudiada por muchos autores y ha recibido una importante atención en la literatura del área durante la última década. Obviamente, el objetivo era minimizar los costes de asentamiento y movilización de las legiones, garantizando la posibilidad de defensa de todas y cada una de las posiciones del imperio. Para ello, se podían ubicar hasta dos legiones en cada asentamiento militar.

Formalmente, una función $f : V(G) \rightarrow \{0, 1, 2\}$ es una *función de dominación Romana* (RDF) en G si cada vértice $u \in V$ para el cual $f(u) = 0$ es adyacente a, al menos, un vértice v , tal que $f(v) = 2$. El peso de una RDF es el valor $f(V(G)) = \sum_{u \in V(G)} f(u)$. El *número de dominación Romana* $\gamma_R(G)$ es el peso mínimo de una RDF en G . Es evidente que el conjunto de vértices con etiqueta positiva en una RDF es un conjunto de vértices dominante, por lo que $\gamma(G) \leq \gamma_R(G)$.

En este trabajo iniciamos el estudio de la dominación Romana Triple, estableciendo varias cotas para el número de dominación Romana Triple en cualquier grafo. En particular, demostramos que si G es un grafo de orden $n \geq 2$, $\gamma_{[3R]}(G) \leq \frac{7n}{4}$, caracterizando aquellos que alcanzan la cota superior. También caracterizamos los grafos conexos G con $\gamma_{[3R]}(G) \in \{3, 4, 5, 6, 7\}$. Además, se dan valores exactos del número de dominación Romana Triple para algunas familias de grafos y se aborda el tema de la complejidad algorítmica del problema.